บทที่ 8
ปัจจัยการผลิต การผลิต และผลผลิต (1)

ในบทนี้เราจะได้ศึกษาถึงความสัมพันธ์ของตัวแปรปัจจัยการผลิต (Inputs or Factor) การผลิต (Production) และผลผลิต (Outputs or Productions) ในเชิงเศรษฐศาสตร์ เพื่อใช้เป็นข้อมูลในการตัดสินใจในการบริหารจัดการที่สำคัญ 2 ประการใหญ่ๆ ก็คือ (1) การตัดสินใจเลือกปริมาณปัจจัยการผลิตที่ทำให้ได้รับ**กำไรสูงสุด** และ (2) การตัดสินใจเลือกปริมาณปัจจัยการผลิตที่ทำให้**ต้นทุนต่ำที่สุด** ซึ่งถือเป็นการตัดสินใจเลือกแนวทางปฏิบัติที่มีประสิทธิภาพ ดังจะได้กล่าวถึงรายละเอียดต่อไป

ความหมายของปัจจัยการผลิต การผลิตและผลผลิต

1. **ปัจจัยการผลิต**

ปัจจัยการผลิต (Inputs or Factors) หมายถึง ทรัพยากร (Resources) ต่างๆอันเป็นส่วนประกอบในการผลิตทางเศรษฐศาสตร์ ได้แก่ ที่ดิน แรงงาน ทุน การประกอบการ (ได้กล่าวไปแล้วในบทที่ 4 เพื่อที่จะใช้ในการผลิตสินค้าและบริการหนึ่งๆ

1.1 <u>ปัจจัยคงที่</u> (Fixed Factors) หมายถึง ปัจจัยการผลิตที่ไม่สามารถเปลี่ยนแปลงได้ตลอดระยะเวลาการผลิตช่วงระยะเวลาใดเวลาหนึ่ง เช่น สิ่งก่อสร้างต่างๆ ในฟาร์ม เครื่องจักร ที่ดิน ถ้าฟาร์มต้องการเพิ่มการผลิตขึ้น กระทำได้โดยการเพิ่มปัจจัยผันแปรเข้าไปในการ ผลิตเท่านั้น

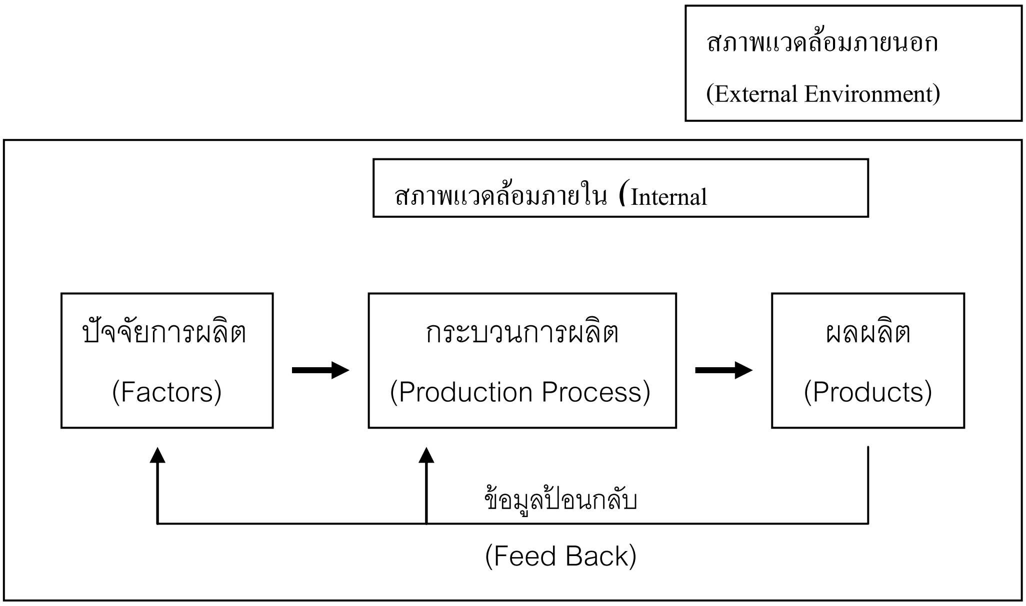
1.2 <u>ปัจจัยผันแปร</u> (Variable Factors) หมายถึง ปัจจัยที่เปลี่ยนแปลงได้ตลอดช่วงเวลาแห่งการผลิต เช่น ปุ๋ย เมล็ดพันธ์ ยาปราบศัตรูพืช การเพิ่มหรือลดจำนวนการผลิตในช่วยเวลาใดเวลาหนึ่ง กระทำได้โดยการเพิ่มหรือลดปัจจัยการผลิตเหล่านี้

2. **การผลิต**

การผลิต (Production) หมายถึง การเปลี่ยนแปลงสภาพปัจจัยการผลิตตั้งแต่ 2 ชนิดขึ้นไป เพื่อให้กลายเป็นผลผลิต หรือสินค้าอย่างใดอย่างหนึ่ง

3. **ผลผลิต**

ผลผลิต (Outputs or Product) หมายถึง ผลที่ได้รับตอบแทนจากการนำเอาปัจจัยการผลิตหลายๆชนิดมารวมกันโดยผ่านกระบวนการผลิต (Production Process)



รูปภาพที่ 14 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง ปัจจัยการผลิต กระบวนการผลิต ผลผลิต

ที่มา: (ดัดแปลงจาก เบญจมาส ลักษณิยานนท์, 2545, หน้า 16)

ฟังก์ชั่นการผลิต

ฟังก์ชั่นการผลิต (Production function) เป็นฟังก์ชั่นที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยในการผลิต (Inputs) ที่ใช้กับผลผลิตที่ได้รับ ฟังก์ชันการผลิตอาจแสดงได้ 3 แบบ ดังนี้

1. **ตาราง**

ตาราง (Tabular Form) ดังตารางที่ 33 ซึ่งแสดงถึงการใช้ปุ๋ยแต่ละระดับจะได้ผลผลิตต่างกันออกไป

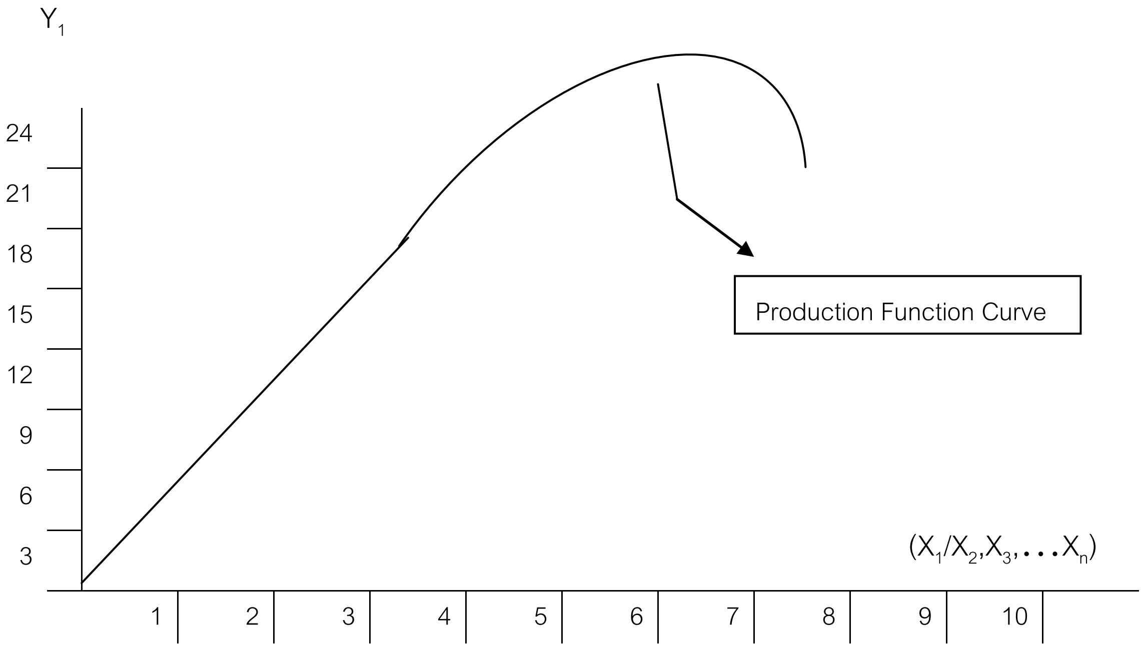
ตารางที่ 33 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยการผลิตกับผลผลิต

ปัจจัยการผลิต (หน่วย) **ปุ๋ย** (X_1)	**ผลผลิตข้าว (หน่วย/ไร่)** (Y_1)
0	0
1	2
2	5
3	9
4	14
5	18
6	21
7	22
8	21
9	19
10	16

ที่มา: (เบญจมาส ลักษณิยานนท์, 2547, หน้า 3)

2. กราฟ

กราฟ (Graphic form) จากข้อมูลในตารางที่ 1 เมื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปุ๋ยที่ใช้กับผลผลิตข้าวที่ได้รับโดยกราฟ จะได้ดังรูปที่ 5



รูปภาพที่ 15 ความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยการผลิตกับผลผลิต

ที่มา: (เบญจมาส ลักษณิยานนท์, 2547, หน้า 4)

3. พีชคณิต

พีชคณิต (Algebraic Form) การแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยการผลิตกับผลผลิตที่ได้รับในแบบที่ 3 แสดงได้โดยง่ายดังนี้

$$Y = f(X)$$

เมื่อ Y = ตัวแปรตาม (Dependent Variable)

X = ตัวแปรอิสระ (Independent Variable)

f = ขึ้นอยู่กับ (function of)

ความหมายว่า ปริมาณผลผลิต (Y) ขึ้นอยู่กับปัจจัยการผลิต (X)

ในกรณีมีปัจจัยการผลิต 2 ชนิด เขียนได้ว่า $Y = f(X_1, X_2)$

ในกรณีมีปัจจัยการผลิต 3 ชนิด เขียนได้ว่า $Y = f(X_1, X_2, X_3)$

ในกรณีมีปัจจัยการผลิต n ชนิด เขียนได้ว่า $Y = f(X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n)$

ในทางปฏิบัติ ปริมาณผลผลิต Y ขึ้นอยู่กับปัจจัยการผลิตหลายชนิด บางปัจจัยการผลิตมีอิทธิพลน้อยมากต่อปริมาณผลผลิต การวิเคราะห์จึงอาจจำกัดโดยเลือกวิเคราะห์เฉพาะปัจจัยการผลิตบางชนิดที่สำคัญเท่านั้น เช่น ถ้าต้องการวิเคราะห์เฉพาะปัจจัยชนิดที่ 1 และ 2 เท่านั้น ฟังก์ชั่นการผลิตแสดงได้ดังนี้

$$Y = f(X_1, X_2 / X_3\ X_4, X_5, , \ldots, X_n)$$

หมายความว่า ปริมาณผลผลิต (Y) ขึ้นอยู่กับปัจจัยการผลิต X1 กับ X2 เท่านั้น โดยกำหนดให้ปัจจัยการผลิตอื่น ($X_3\ X_4, X_5, , \ldots\ldots\ldots X_n$) คงที่ตลอดการวิเคราะห์

ความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยการผลิตกับผลผลิต

ความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยการผลิตกับผลผลิตนี้ (Input-Output Relationship) อาจเรียกว่าเป็น ฟังก์ชั่นการผลิต (Production Function หรือ Transformation Function) ในเบื้องต้นนี้จะพิจารณาถึงความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยผันแปรเพียง 1 ชนิด กับผลผลิตที่ได้รับ ว่าลักษณะความสัมพันธ์จะเป็นอย่างไร

คือพิจารณา $Y_1 = f(X_1 / X_2, X_3\ X_4, \ldots, X_n)$

เมื่อ Y_1 = ผลผลิตพืชหรือสัตว์ชนิดใดชนิดหนึ่ง อาจเป็นข้าว หรือข้าวโพด หรือฝ้าย อย่างใดอย่างหนึ่ง

$(X_1, X_2, X_3\ X_4, \ldots, X_n)$ = ปัจจัยการผลิตแต่ละชนิดที่มีผลกระทบต่อ Y เช่น ปุ๋ย ที่ดิน แรงงาน ปริมาณน้ำ อุณหภูมิ ยาปราบศัตรูพืช เป็นต้น ซึ่งในที่นี้จะพิจารณาเพียงปัจจัยเดียว คือ X_1 ว่าเมื่อ X_1 เปลี่ยนแปลงไปจะทำให้ผลผลิต Y_1 เปลี่ยนแปลงไปอย่างไรบ้าง โดยกำหนดให้ปัจจัยการผลิตอื่นคงที่

ผลผลิตทั้งหมด ผลผลิตเฉลี่ย ผลผลิตเพิ่ม

ก่อนที่จะพิจารณาต่อไปควรทราบถึงลักษณะของผลผลิตซึ่งแบ่งเป็น 3 ชนิดคือ

1. **ผลผลิตทั้งหมด**

ผลผลิตทั้งหมด (Total Product: TP หรือ Y_1) หมายถึง จำนวนผลผลิตที่ผลิตได้ทั้งหมดจากการใช้ปัจจัยผันแปร (X_1) เมื่อมีปัจจัยคงที่อยู่จำนวนหนึ่ง

2. **ผลผลิตเฉลี่ย**

ผลผลิตเฉลี่ย (Average Product: AP) หมายถึง ผลผลิตทั้งหมดต่อปัจจัยผันแปร (X_1) 1 หน่วย ดังนั้น $AP = \frac{Y_1}{X_1}$

3. **ผลผลิตเพิ่ม**

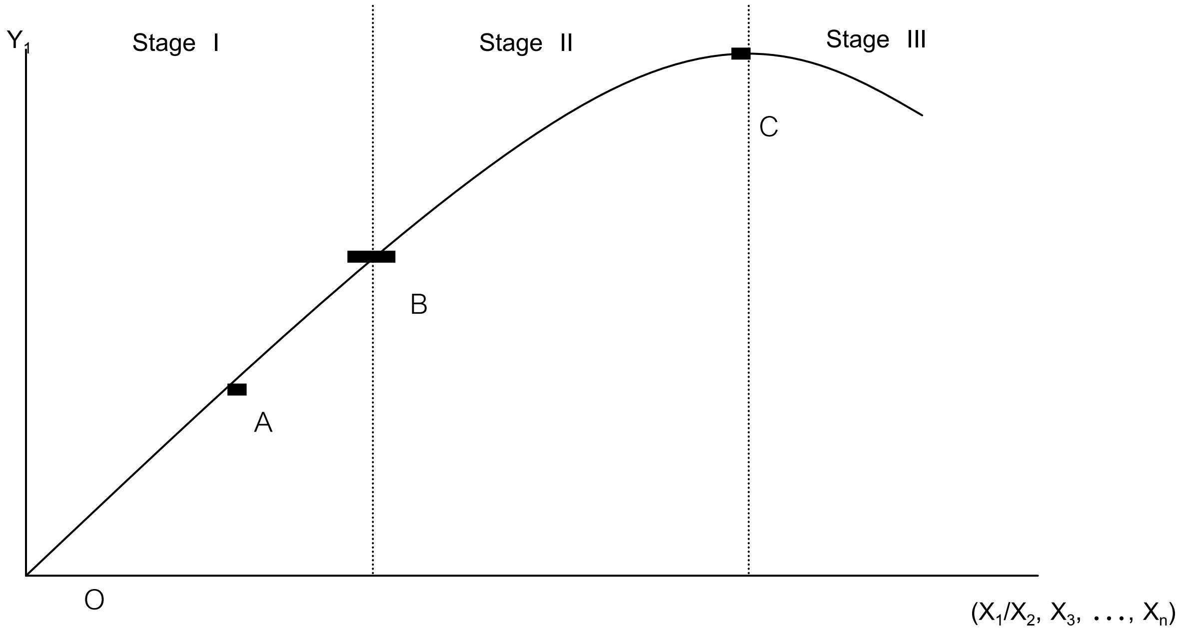
ผลผลิตเพิ่ม (Marginal Product : MP) หมายถึง ผลผลิตทั้งหมดที่เพิ่มขึ้น เมื่อเพิ่มปัจจัยผันแปร (X_1) เข้าไปอีก 1 หน่วย

ผลผลิตทั้งหมดที่เพิ่มขึ้น $= \triangle Y_1$

ปัจจัยผันแปร (X_1) ที่เพิ่มขึ้น $= \triangle X_1$

ดังนั้น $MP = \frac{\triangle Y_1}{\triangle X_1}$

ความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยการผลิตกับผลผลิต หรือ ฟังก์ชั่นการผลิต (Production Function) แสดงได้ดังรูปที่ 16



รูปภาพที่ 16 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยการผลิตกับผลผลิตหรือ ฟังก์ชั่นการผลิต (Production function) และระยะทั้ง 3 ระยะ

ที่มา: (เบญจมาส ลักษณิยานนท์, 2547, หน้า 7)

ตามรูปที่ 16 ในระยะแรกๆ ของการใส่ปุ๋ย ผลผลิตทั้งหมดจะสูงขึ้นอย่างรวดเร็ว ทั้งนี้เพราะการใส่ปุ๋ยในหน่วยที่ 2 จะทำให้ผลผลิตทั้งหมดเพิ่มขึ้นในอัตราที่มากกว่าการใส่ปุ๋ยหน่วยแรก พอใส่ปุ๋ยหน่วยที่ 3 อัตราการเพิ่มของผลผลิตจะมากกว่าการใส่ปุ๋ยหน่วยที่ 2 ครั้นใส่ปุ๋ยหน่วยที่ 4 อัตราการเพิ่มของผลผลิตจะมากกว่าการใส่ปุ๋ยหน่วยที่ 3 ซึ่งแสดงว่า ในระยะแรกๆ ของการใส่ปุ๋ยนั้น ผลตอบสนองของผลผลิตต่อปุ๋ยในหน่วยหลังๆ จะสูงกว่าหน่วยแรกๆ ระยะนี้เรียกว่าระยะผลตอบแทนเพิ่ม (Increasing Marginal Productivity หรือ Increasing Marginal Returns) คือ จุด 0 ถึง A การเพิ่มขึ้นของผลผลิตจะเป็นดังนี้ไปเรื่อยๆ จนกระทั่งถึงจุดๆ หนึ่ง ซึ่งเมื่อใส่ปุ๋ยเพิ่มเข้าไปอีกแล้ว ผลผลิตที่จะเพิ่มขึ้นนั้นมีอัตราน้อยลงกว่าการใส่ปุ๋ยหน่วยก่อนจุดนี้ คือจุด A ซึ่งเป็นจุดเริ่มต้นของระยะผลตอบแทนลดน้อยถอยลง (Diminishing Marginal Returns) หลังจากจุด A นี้ การใส่ปุ๋ยเพิ่มขึ้น จะทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของผลผลิตลดน้อยลงเรื่อย ๆ (ผลผลิตทั้งหมดยังคงเพิ่มขึ้น แต่เพิ่มขึ้นในอัตราลดลงเรื่อยๆ) จนกระทั่งถึงอีกจุดหนึ่งที่ผลผลิตทั้งหมดสูงที่สุด (จุด C) หลังจากจุดนี้แล้วการใส่ปุ๋ยต่อไปอีกจะทำให้ผลผลิตทั้งหมดเริ่ม

ลดลง สรุปได้ว่าจากจุด 0 ถึงจุด A คือช่วง ผลตอบแทนเพิ่ม และจากจุด A ถึงจุด C คือช่วง ผลตอบแทนลดน้อยถอยลง และหลังจากจุด C ไปเรียกว่าช่วงผลตอบแทนลด (Decreasing Marginal Returns)

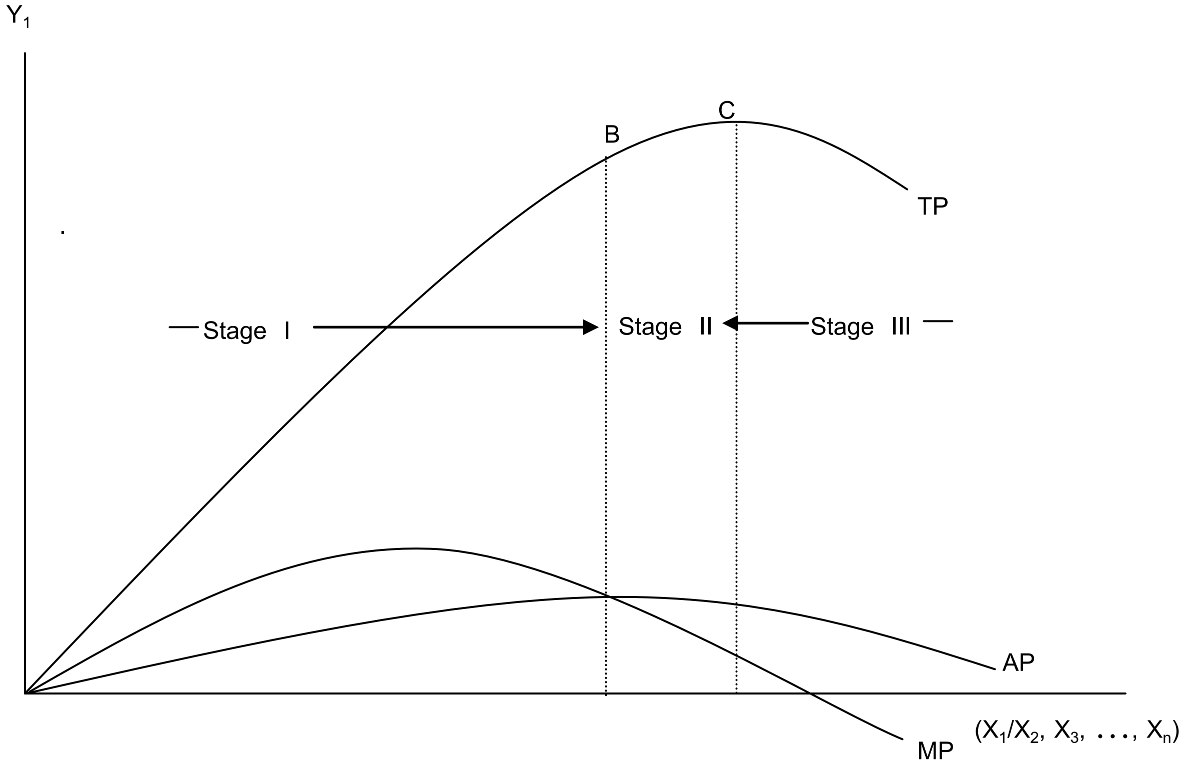
ความสัมพันธ์ระหว่างผลผลิตทั้งหมด ผลผลิตเฉลี่ย และผลผลิตเพิ่ม

เพื่อให้เข้าใจได้ชัดเจน จึงใช้ตัวเลขที่สมมติขึ้นประกอบการอธิบายดังตารางที่ 34 และรูปที่ 17

ตารางที่ 34 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างผลผลิตทั้งหมด ผลผลิตเฉลี่ย และผลผลิตเพิ่ม

จำนวนปุ๋ยที่ใช้ (X_1) **(หน่วย)**	**ผลผลิตข้าว** (TP **หรือ** Y_1) **(หน่วย / ไร่)**	**ผลผลิตเฉลี่ย** $AP = \frac{Y_1}{X_1}$	$\triangle Y_1$	$\triangle X_1$	**ผลผลิตเพิ่ม** $MP = \frac{Y_1}{X_1}$
0	0	-	2	1	2
1	2	2	3	1	3
2	5	2.5	4	1	4
3	9	3	5	1	5
4	14	3.5	4	1	4
5	18	3.6	3	1	3
6	21	3.5	1	1	1
7	21	3.14	-1	1	-1
8	21	2.62	-2	1	-2
9	19	2.11	-3	1	-3
10	16	1.6			

นำข้อมูลจากตารางที่ 34 มาแสดงโดยกราฟจะเห็นความสัมพันธ์ระหว่างผลผลิตทั้งหมด ผลผลิตเฉลี่ย และผลผลิตเพิ่ม ได้ชัดเจนยิ่งขึ้น



รูปภาพที่ 17 ความสัมพันธ์ระหว่างผลผลิตทั้งหมด ผลผลิตเฉลี่ย และผลผลิตเพิ่ม

ที่มา: (เบญจมาส ลักษณิยานนท์, 2547, หน้า 9)

จากตารางที่ 34 และรูปที่ 17 พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างผลผลิตทั้งหมด ผลผลิตเฉลี่ย และผลผลิตเพิ่ม ได้ดังนี้

ความสัมพันธ์ระหว่างผลผลิตทั้งหมดกับผลผลิตเพิ่ม

1. ตราบใดที่ผลผลิตเพิ่มยังเป็นบวก (เส้น MP อยู่เหนือแกน X_1) ผลผลิตทั้งหมดจะยังคงเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ (เส้น TP สูงขึ้นเรื่อย ๆ) ทั้งนี้เพราะเมื่อผลผลิตเพิ่มเป็นบวก จะไปรวมกับผลผลิตทั้งหมดที่เกิดจากการใช้ปัจจัยการผลิตในระดับก่อน ทำให้ผลผลิตทั้งหมดในระดับต่อมาเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ เช่น เมื่อใส่ปุ๋ยหน่วยที่ 1 ผลผลิตทั้งหมดเท่ากับ 2 เมื่อใส่ปุ๋ยเข้าไปอีก 1 หน่วย ผลจากการใส่ปุ๋ยเพิ่มขึ้นอีก 1 หน่วย นี้จะทำให้ได้ผลผลิตเพิ่มขึ้น 3 หน่วย ดังนั้นผลผลิตทั้งหมดในระดับการใส่ปุ๋ย 2หน่วยจึงเท่ากับผลผลิตทั้งหมดในระดับก่อนนี้ รวมกับผลผลิตที่เพิ่มขึ้นเนื่องจากการใส่ปุ๋ยเพิ่มขึ้นในระดับต่อมา เท่ากับ $2 \div 3 = 5$ หน่วย เมื่อใส่ปุ๋ยหน่วยที่ 3 ผลจากการใส่ปุ๋ยเพิ่มขึ้น

อีก 1 หน่วยนี้ จะทำให้ได้ผลผลิตเพิ่มขึ้นอีก 4 หน่วย ดังนั้น ในระดับการใส่ปุ๋ย 3 หน่วย ผลผลิตทั้งหมดจึงเท่ากับผลผลิตทั้งหมดในระดับการใช้ปุ๋ย 2 หน่วยรวมกับผลผลิตที่ได้รับเพิ่มขึ้นเนื่องจากการใส่ปุ๋ยเพิ่มขึ้นอีก 1 หน่วย = 5 ÷ 4 = 9 หน่วย ทำนองเดียวกัน ผลผลิตทั้งหมดในระดับการใส่ปุ๋ยหน่วยที่ 7 เท่ากับผลผลิตทั้งหมดในระดับการใส่ปุ๋ยหน่วยที่ 6 รวมกับผลผลิตที่เพิ่มขึ้นอันเกิดจากการเพิ่มปุ๋ยอีก 1 หน่วย (จาก 6 หน่วย เป็น 7 หน่วย) ซึ่งเท่ากับ 21 ÷ 1 = 22 หน่วย จึงเห็นว่า ตราบใดที่ผลผลิตเพิ่มเป็นบวก จะทำให้ผลผลิตทั้งหมดเพิ่มขึ้นจากเดิมเสมอ

2. เมื่อผลผลิตเพิ่มเป็นศูนย์ (จุดเส้น MP ตัดแกน X_1) ผลผลิตทั้งหมดจะสูงสุด ทั้งนี้เพราะไม่มีผลผลิตเพิ่มที่จะรวมเข้าไปกับผลผลิตทั้งหมดในระดับก่อนอีกแล้ว ผลผลิตทั้งหมดที่จุดนี้จึงสูงที่สุด

3. เมื่อผลผลิตเพิ่มเป็นลบ (MP อยู่ใต้แกน X_1) ผลผลิตทั้งหมดจะลดลง ดังจะเห็นว่าผลผลิตทั้งหมดในระดับการใส่ปุ๋ยหน่วยที่ 8 เท่ากับผลผลิตทั้งหมดในระดับการใส่ปุ๋ยหน่วยที่ 7 รวมกับผลผลิตที่เพิ่มขึ้นอันเกิดจากการเพิ่มปุ๋ยอีก 1 หน่วย (จาก 7 หน่วย เป็น 8 หน่วย) เท่ากับ 22 + (-1) = 21 หน่วย

ความสัมพันธ์ระหว่างผลผลิตเพิ่มกับผลผลิตเฉลี่ย

1. ตราบใดที่ผลผลิตเพิ่มสูงกว่าผลผลิตเฉลี่ย (เส้น MP อยู่เหนือเส้น AP) ผลิตผลิตเฉลี่ยจะสูงขึ้นเรื่อย ๆ

2. เมื่อผลผลิตเพิ่มต่ำกว่าผลผลิตเฉลี่ย (เส้น MP อยู่ใต้เส้น AP) ผลผลิตเฉลี่ยจะเริ่มลดลง และผลผลิตเฉลี่ยจะไม่ต่ำกว่าศูนย์ (เส้น AP จะไม่อยู่ต่ำกว่าแกน X_1) เพราะผลผลิตทั้งหมดจะไม่ต่ำกว่าศูนย์ แม้จะไม่ได้ผลผลิตจากการผลิตเลย

3. ดังนั้น ผลผลิตเพิ่มขึ้นเท่ากับผลผลิตเฉลี่ย เมื่อผลผลิตเฉลี่ยสูงที่สุด (เส้น MP ตัดกับเส้น AP ตรงจุดที่ AP สูงที่สุด)

ความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยการผลิตกับผลผลิตแบ่งเป็น 3 ระยะตามรูปที่ 17 ดังนี้

การใช้ระยะของฟังก์ชันการผลิตประกอบการตัดสินใจการผลิต

ระยะที่ 1 เริ่มจากจุดกำเนิดในระยะต้น ๆ ผลผลิตทั้งหมดสูงขึ้นอย่างรวดเร็วจนถึงจุดที่ผลตอบแทนลดลง ผลผลิตทั้งหมดก็ยังคงสูงขึ้นต่อไป แต่สูงขึ้นในอัตราที่ลดน้อยลง ในระยะนี้ผลผลิตเพิ่มจะสูงกว่าผลผลิตเฉลี่ย (เส้น MP อยู่เหนือเส้น AP) อันเป็นผลให้ผลผลิตเฉลี่ยสูงขึ้นเรื่อย ๆ ระยะที่ 1 นี้จะไปสิ้นสุดเมื่อผลผลิตเฉลี่ยสูงที่สุด หรือเมื่อผลผลิตเพิ่มเท่ากับผลผลิตเฉลี่ยนั่นเอง

ระยะที่ 2 ผลผลิตเฉลี่ยเริ่มลดลง ผลผลิตเพิ่มต่ำกว่าผลผลิตเฉลี่ย แต่ผลผลิตทั้งหมดยังคงเพิ่มขึ้น เพราะผลผลิตเพิ่มยังเป็นบวกอยู่ ระยะนี้จะสิ้นสุดที่ ผลผลิตเพิ่มเท่ากับศูนย์หรือผลผลิตทั้งหมดสูงที่สุด

ระยะที่ 3 ผลผลิตเพิ่มเป็นลบ เป็นเหตุให้ผลผลิตทั้งหมดเริ่มลดลงเรื่อย ๆ ผลผลิตเฉลี่ยก็ลดลงเรื่อย ๆ เช่นกัน

ในระยะที่ 1 เมื่อการใช้ปัจจัยการผลิตเพิ่มขึ้น ยังทำให้ผลผลิตเฉลี่ยเพิ่มขึ้นเสมอ ผู้ผลิตจึงไม่ควรหยุดการผลิตในระยะนี้ อย่างน้อยที่สุดผู้ผลิตควรจะใช้ปัจจัยการผลิตเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ จนถึงจุดที่ผลผลิตเฉลี่ยสูงที่สุด ซึ่งเริ่มเข้าสู่ระยะที่ 2 ทั้งนี้เพราะการใช้ปัจจัยการผลิตในหน่วยหลังๆ ยังคงทำให้ประสิทธิภาพในการผลิตเพิ่มขึ้นเรื่อย สำหรับระยะที่ 3 นั้น การใช้ปัจจัยการผลิตในระยะนี้นอกจากจะทำให้ต้นทุนอันเนื่องมาจากการใช้ปัจจัยการผลิตเพิ่มขึ้นแล้ว ยังทำให้ผลผลิตทั้งหมดลดลง ซึ่งทำให้รายได้จากการผลิตลดลงด้วย ผู้ผลิตจึงไม่ควรทำการผลิตในระยะที่ 3 ดังนั้น ทั้งในระยะที่ 1 และระยะที่ 3 จึงเป็นระยะที่ผู้ผลิตที่มีเหตุผลไม่ควรทำการผลิต หรือรวมเรียกทั้ง 2 ระยะนี้ว่า ระยะที่ไม่สมเหตุสมผลที่จะผลิต (Irrational Stage) ดังนั้น ในระยะที่ 2 จึงเป็นระยะที่เหมาะสมในการผลิต แม้ประสิทธิภาพในการใช้ปัจจัยการผลิตจะเริ่มลดลงแล้ว แต่ผลผลิตเพิ่มยังเป็นบวกอยู่ ผลผลิตทั้งหมดจึงยังเพิ่มขึ้น จุดที่เหมาะสมในการผลิตจะอยู่ที่จุดไหนในระยะที่ 2 นั้น ผู้ผลิตจะต้องทราบราคาของปัจจัยการผลิตที่ใช้กับราคาผลผลิตที่ได้รับ จึงจะคำนวณได้ ซึ่งกล่าวในหัวข้อต่อไป ระยะที่ 2 นี้เรียกว่าระยะที่สมเหตุสมผลที่จะผลิต (Rational Stage)

การพิจารณาจุดกำไรสุทธิสูงสุด

เกษตรกรบางรายมุ่งจะทำการผลิต โดยให้ผลผลิตต่อไร่ของพืชแต่ละชนิดสูงที่สุด ซึ่งในความเป็นจริงการทำการผลิตที่จุดผลผลิตสูงที่สุดนั้น อาจมีต้นทุนในการผลิตสูงจนเมื่อนำไปหักออกจากรายได้จากการขายผลผลิตแล้ว เหลือกำไรสุทธิเพียงเล็กน้อยหรืออาจขาดทุนได้ ดังนั้นการเลือกระดับการผลิตที่จะได้กำไรสุทธิสูงที่สุดจึงเป็นสิ่งที่จำเป็นในการทำฟาร์ม

การพิจารณาจุดกำไรสุทธิสูงที่สุดนี้ อาจพิจารณาได้ 2 กรณี ดังนี้

1. **พิจารณาในด้านปัจจัยการผลิต**

พิจารณาในด้านปัจจัยการผลิตในการขยายการผลิต ผู้ผลิตสามารถเพิ่มปัจจัยผันแปรขึ้นทีละหน่วยได้เรื่อย ๆ ตราบเท่าที่มูลค่าของผลผลิตที่เพิ่มขึ้น (Marginal Value Product : MVP) อันเนื่องมาจากการใส่ปัจจัยผันแปรแต่ละหน่วยยังสูงกว่ามูลค่าของปัจจัยการผลิตแต่ละหน่วยนั้น และผู้ผลิตจะได้กำไรสูงสุดเมื่อมูลค่าของผลผลิตที่เพิ่มขึ้นเท่ากับมูลค่าของปัจจัยการผลิตแต่ละหน่วยที่ใส่เข้าไปในการผลิต มูลค่าของปัจจัยการผลิตแต่ละหน่วยที่ใส่เข้าไปในการผลิต ก็คือ ราคาของปัจจัยการผลิตนั่นเอง เช่น ใส่ปุ๋ยเพิ่มขึ้นทีละหน่วย มูลค่าของปุ๋ยแต่ละหน่วยก็คือ ราคาต่อหน่วยของปุ๋ยนั่นเอง จึงสรุปได้ว่า ผู้ผลิตจะได้กำไรสุทธิสูงสุดเมื่อ MVP = Px โดยกำหนดให้ Px คือ ราคาของปัจจัยการผลิตแต่ละหน่วย หรือกล่าวได้ว่า ราคาของปัจจัยการผลิตแต่ละหน่วยที่ใส่เข้าไปในการผลิต ก็คือ มูลค่าของต้นทุนที่เพิ่มขึ้น (Marginal Input Cost : MIC) จึงเขียนอีกอย่างหนึ่งได้ว่า ผู้ผลิตจะได้กำไรสุทธิสูงสุดเมื่อ MVP = MIC

ตารางที่ 35 แสดงจุดการผลิตที่จะได้กำไรสุทธิสูงที่สุด*

ปุ๋ย (หน่วย)	**ผลผลิต (หน่วย/ไร่)**	MP	MIC	MVP (MP, Py)	TP	TC	**กำไรสุทธิ**	MP	MC
0	0								
1	2	2	10	12	12	10	2	6	5
2	5	3	10	18	30	20	10	6	3.33
3	9	4	10	24	54	30	24	6	2.5
4	14	5	10	30	84	40	44	6	2
5	18	4	10	24	108	50	58	6	2.5

6	21	3	10	18	126	60	66	6	3.33
7	22	1	10	6	132	70	62	6	10
8	21	-1	10	-6	126	80	46	6	-10
9	19	-2	10	-12	114	90	24	6	-5
10	16	-3	10	-18	90	100	-4	6	-3.3

* สมมติ ราคาผลผลิต (Py_1) เป็น 6 บาทต่อหน่วย และราคาปัจจัยการผลิต (Px_1) เป็น 10 หน่วย

ที่มา: (เบญจมาส ลักษณิยานนท์, 2547, หน้า 9)

จากตารางที่ 35 มูลค่าของผลผลิตที่เพิ่มขึ้น (MVP) คำนวณได้โดยใช้ราคาของผลผลิต (Py) คูณกับผลผลิตเพิ่ม (MP) ในการใส่ปุ๋ยหน่วยที่ 1 มูลค่าของต้นทุนที่เพิ่มขึ้นเท่ากับ 10 บาท ในขณะที่มูลค่าของผลผลิตที่ผู้ผลิตได้รับเป็น 12 บาท ผู้ผลิตจึงใส่ปุ๋ยหน่วยที่ 2 ต่อไป ผลจากการใส่ปุ๋ยหน่วยที่ 2 ผู้ผลิตต้องเสียต้นทุนเพิ่มขึ้นอีก 10 บาท แต่ได้ผลผลิตเพิ่มขึ้นมีมูลค่าอีก 18 บาท ผู้ผลิตจึงควรขยายการผลิตโดยใส่ปุ๋ยหน่วยที่ 3 ต่อไปจนกระทั่งมาถึงระดับการใส่ปุ๋ยหน่วยที่ 7 ถ้าผู้ผลิตใส่ปุ๋ยหน่วยที่ 7 ต้นทุนจะเพิ่มขึ้นอีก 10 บาท ในขณะที่ผลผลิตเพิ่มขึ้นมีมูลค่าเพียง 6 บาท จึงไม่คุ้มกับการลงทุนต่อไป ดังนั้น ผลิตจึงควรหยุดทำการผลิตที่ระดับการใช้ปุ๋ย 6 หน่วย

ดังกล่าวมาแล้วว่า ผู้ผลิตจะต้องได้กำไรสุทธิสูงที่สุดตรงจุดที่ MVP = MIC ซึ่งช่วงที่ MVP = MIC ในตารางที่ 35 คือ ระดับการใส่ปุ๋ยระหว่าง 5-6 หน่วย ถ้าสามารถวิเคราะห์โดยกำหนดให้ปุ๋ยมีหน่วยย่อยลงไปอีก เช่น 5.0000001, 5.0000002, ..., 5.0000009 หน่วย/ไร่ หรือให้มีหน่วยย่อยกว่านี้อีก ก็จะได้ระดับการใส่ปุ๋ยที่จะให้กำไรสุทธิสูงสุดที่แน่นอน ซึ่งอยู่ระหว่างช่วงการใส่ปุ๋ย 5-6 หน่วย ผู้ที่สนใจจะได้ศึกษาในขั้นสูงต่อไป ในที่นี้คำตอบอย่างหยาบคือ ผู้ผลิตจะได้กำไรสุทธิสูงที่สุดในระดับการใส่ปุ๋ย 6 หน่วย ซึ่งเป็นจุดที่ MVP = MIC และจุดนี้จะอยู่ในระยะที่ 2 (Stage II) ของการผลิตดังกล่าวมาแล้ว

4. พิจารณาในด้านผลผลิต

พิจารณาในด้านผลผลิต ในการขยายการผลิต ผู้ผลิตสามารถเพิ่มผลผลิตขึ้นได้เรื่อยๆ ตราบเท่าที่รายได้ที่ได้รับเพิ่มขึ้น (Marginal Revenue) ยังสูงกว่าต้นทุนที่เพิ่มขึ้น (Marginal Cost) อันเนื่องจากการเพิ่มผลผลิตขึ้นทีละหน่วยนั้น และผู้ผลิตจะได้กำไรสุทธิสูงที่สุดเมื่อรายได้ที่ได้รับเพิ่มขึ้นนั้นเท่ากับต้นทุนที่เพิ่มขึ้น (MR = MC)

รายได้ที่ได้รับเพิ่มขึ้น (MR) หมายถึง รายได้ทั้งหมดที่ได้รับเพิ่มขึ้นเมื่อเพิ่มผลผลิตขึ้นอีก 1 หน่วย เมื่อกำหนดให้รายได้ทั้งหมด คือ TR (Total Revenue)

ดังนั้น รายได้ทั้งหมดที่ได้รับเพิ่มขึ้น คือ $\triangle TR$
ถ้าผลผลิตทั้งหมดที่ได้รับ คือ Y_1
ผลผลิตที่เพิ่มขึ้น คือ $\triangle Y_1$

นั่นคือ รายได้ทั้งหมดที่ได้รับเพิ่มขึ้นเมื่อเพิ่มผลผลิตขึ้นอีก 1 หน่วย เท่ากับ $\frac{\triangle TR}{\triangle Y_1}$

$$\text{หรือ } MR = \frac{\triangle TR}{\triangle Y_1} = \frac{dTR}{dY_1}$$

ต้นทุนที่เพิ่มขึ้น (MC) หมายถึง ต้นทุนทั้งหมดที่เสียเพิ่มขึ้น เมื่อเพิ่มผลผลิตขึ้นอีก 1 หน่วย

เมื่อกำหนดให้ต้นทุนทั้งหมด คือ TC (Total Cost) ดังนั้น ต้นทุนทั้งหมดที่ต้องเสียเพิ่มขึ้น คือ $\triangle TC$

นั่นคือ ต้นทุนทั้งหมดที่เสียเพิ่มขึ้นเมื่อเพิ่มผลผลิตขึ้นอีก 1 หน่วย เท่ากับ $\frac{\triangle TC}{\triangle Y_1}$ เมื่อ Y1 คือ ผลผลิตทั้งหมด

$$\text{หรือ } MC = \frac{\triangle TC}{\triangle Y_1} = \frac{dTC}{dY_1}$$

จากตารางที่ 35 TR เกิดจากราคาของผลผลิตคูณกับจำนวนผลผลิต = $Py_1.Y_1$
TC เกิดจากราคาของปัจจัยการผลิตคูณกับจำนวนปัจจัยการผลิตที่ใช้ = $Px_1.X_1$

กำไรสุทธิ = รายได้ทั้งหมด - ต้นทุนทั้งหมด

MR ในระดับการใส่ปุ๋ย 1 หน่วย = $\frac{\triangle TR}{\triangle Y_1}$ = $\frac{12 - 0}{2 - 0}$ = 6

MR ในระดับการใส่ปุ๋ย 2 หน่วย = $\frac{30 - 12}{5 - 2}$ = $\frac{18}{3}$ = 6

MR ในระดับการใส่ปุ๋ย 1 หน่วย = $\frac{\triangle TC}{\triangle Y_1}$ = $\frac{10 - 0}{2 - 0}$ = 5

ในระดับการใส่ปุ๋ย 2 หน่วย = 20 - 10 = $\frac{10}{5 - 2}$ = $\frac{3.33}{3}$

ช่วงที่ MR = MC คือ ช่วงระหว่างการใส่ปุ๋ยระดับ 5 - 6 หน่วย

คำตอบอย่างหยาบคือ ผู้ผลิตจะได้กำไรสุทธิสูงสุดที่ระดับการใส่ปุ๋ย 6 หน่วย จะเห็นว่าไม่ว่าจะพิจารณาด้านผลผลิตหรือด้านปัจจัยการผลิต ผู้ผลิตจะได้กำไรสุทธิที่ระดับการใส่ปุ๋ย 6 หน่วยเหมือนกัน ซึ่งจะได้กำไรสุทธิ 66 บาท

การใช้ลิเนียร์โปรแกรมมิ่งในการวางแผนการผลิต

วิธีการลิเนียร์โปรแกรมมิ่ง (Linear Programming) เริ่มใช้กันอย่างกว้างขวางตั้งแต่สมัยสงครามโลกครั้งที่สอง เช่น ใช้ในการหาระยะทางเดินเรือที่สั้นที่สุด ใช้วิเคราะห์การจัดสรรทรัพยากรต่าง ๆ ที่มีอยู่จำกัดให้เกิดประโยชน์ที่สุด และหลังจากสงครามโลกครั้งที่สองเป็นต้นมาได้ใช้ในวงการต่าง ๆ แพร่หลายมากขึ้น สำหรับในทางการเกษตร วิธีการนี้จะช่วยในการวางแผนการผลิตต่าง ๆ ในฟาร์ม เป็นต้นว่า กำหนดกิจการต่าง ๆ ที่จะทำในฟาร์ม กำหนดการจัดสรรปัจจัยการผลิตต่าง ๆ ที่มีอยู่ในฟาร์ม ว่าจะใช้ไปในการผลิตสิ่งใด จำนวนเท่าไร จึงจะเหมาะสม กำหนดขั้นตอนต่าง ๆ ในขบวนการผลิตที่จะทำให้เสียต้นทุนต่ำที่สุด หรือได้กำไรสูงที่สุด เป็นต้น คำว่า Linear ในที่นี้หมายความว่า ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ (Independent variable) กับตัวแปรตาม (Dependent variable) จะมีลักษณะเป็นเส้นตรง เช่น ถ้าฟังก์ชั่นการผลิต เป็น Y = 2X ถ้า X มีค่าเป็น 1, 2, 3 จะทำให้มีค่าเป็น 2, 4, 6 ตามลำดับ แสดงว่า Y จะเพิ่มขึ้นเป็นสัดส่วนโดยตรงกับ X หรือถ้านำฟังก์ชั่นการผลิตนี้ไป

เขียนกราฟ เส้นฟังก์ชั่นการผลิตที่ได้จะมีลักษณะเป็นเส้นตรง แต่ถ้าฟังก์ชันการผลิตเป็น $Y = 2X^2$ ถ้า X มีค่าเป็น 1, 2, 3 จะทำให้ Y มีค่าเป็น 2, 8, 18 ตามลำดับ ในกรณีนี้ Y จะไม่เพิ่มขึ้นเป็นสัดส่วนโดยตรงกับ X หรือความสัมพันธ์ระหว่าง Y กับ X จะไม่มีลักษณะเป็นเส้นตรง นั่นคือวิธีการ ลิเนียร์โปรแกรมมิ่ง (Linear Programming) จะใช้กับสมการที่มีลักษณะเป็นเส้นตรง หรือสมการที่มีกำลังหนึ่งเท่านั้น โดยปกติจะเป็นการวางแผนเพื่อวัตถุประสงค์ใหญ่สองประการคือ เพื่อให้เสียต้นทุนการผลิตน้อยที่สุดหรือเพื่อให้ได้กำไรสูงที่สุด แต่ในเบื้องต้นนี้จะพิจารณาเฉพาะในแง่ของการผลิตเพื่อให้ได้กำไรสูงที่สุด ดังนั้นปัญหาที่จะพบคือ เมื่อฟาร์มของเรามีปัจจัยการผลิตต่าง ๆ อยู่จำกัด เช่น มีที่ดินจำกัด มีแรงงานจำกัด มีเงินทุนจำกัด เราจะตัดสินใจใช้ปัจจัยการผลิตอันจำกัดเหล่านี้ไปทำการผลิตอะไรบ้าง จำนวนเท่าใด จึงจะบรรลุวัตถุประสงค์กำไรสูงที่สุดที่วางไว้

ข้อสมมติต่าง ๆในการใช้ลิเนียร์โปรแกรมมิ่ง

คำตอบที่ได้รับจากการวิเคราะห์โดยใช้ลิเนียร์โปรแกรมมิ่ง (Linear Programming) นั้น เมื่อนำไปใช้ปฏิบัติในฟาร์มแล้ว จะได้ผลสมบูรณ์เพียงใดนั้น จะต้องคำนึงถึงเงื่อนไขหรือข้อสมมติต่าง ๆ ดังนี้

1. ความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยการผลิตที่ใช้กับผลผลิตที่ได้รับ จะมีลักษณะเป็นเส้นตรง เช่น ถ้าการผลิตข้าว 1 ถัง จะต้องใช้ที่ดิน 0.02 ไร่ และปุ๋ย 0.6 กิโลกรัม ดังนั้น ถ้าจะผลิตข้าวให้ได้ 100 ถัง จะต้องใช้ที่ดิน 2 ไร่ และปุ๋ย 60 กิโลกรัม หรือถ้าจะผลิตข้าวให้ได้ 300 ถัง จะต้องใช้ที่ดิน 6 ไร่ และปุ๋ย 180 กิโลกรัม ซึ่งในทางปฏิบัติการเพิ่มการผลิตข้าวขึ้นอีก 3 หรือ 4 เท่าจากจำนวนการผลิตเดิมอาจไม่ต้องใช้ที่ดินหรือปุ๋ยเพิ่มขึ้น 3 หรือ 4 เท่าด้วยก็ได้

2. ปัจจัยการผลิตและผลผลิตต่าง ๆ ในฟาร์มแบ่งเป็นหน่วยย่อย ๆ ได้ เช่น ที่ดินสามารถแบ่งมาใช้ในการปลูกข้าวเพียง .00001 ไร่ หรือ 9.982 ไร่ ปุ๋ยอาจแบ่งใช้เพียง 7.02 กิโลกรัม หรือผลผลิตที่คำนวณได้อาจเป็น วัว 10.5 ตัว จะต้องใช้รถบรรทุก 3.2 คัน เป็นต้น ข้อสมมติข้อนี้เป็นการสนับสนุนข้อสมมติข้อแรกว่า ความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยการผลิตกับผลผลิตจะยังคงลักษณะเป็นเส้นตรงเสมอ จึงทำให้ผลการวิเคราะห์ออกมาเป็นหน่วยย่อย ๆ ได้

3. ไม่มีผลกระทบซึ่งกันและกันระหว่างกิจการต่าง ๆ ที่ทำในฟาร์ม หรือกล่าวได้ว่ากิจการแต่ละอย่างที่ทำให้ฟาร์มนั้นเป็นอิสระต่อกัน เช่น การปลูกพืชตระกูลถั่วร่วมกับข้าวโพดอาจทำให้ผลผลิตข้าวโพดดีขึ้นกว่าการปลูกข้าวโพดแยกเป็นอิสระอย่างเดียว แต่เมื่อใช้ลิเนียร์โปรแกรมมิ่งจะต้องถือว่า ถั่วและข้าวโพดไม่มีผลกระทบต่อกันแม้จะปลูกร่วมกัน หรือปลูกในระบบหมุนเวียน

4. ค่าสัมประสิทธิ์ในสมการต่าง ๆ ที่ใช้วิเคราะห์ จะต้องคงที่ตลอดเวลาของการวิเคราะห์ และเวลาที่นำผลไปใช้ปฏิบัติในฟาร์มจริง ๆ เช่น ถ้าราคาของผลผลิตชนิดหนึ่งเป็น 10 บาทต่อหน่วย เมื่อใช้ราคานี้ในการวิเคราะห์ คำตอบที่ได้รับก็จะเป็นผลจากราคาที่ใช้นี้ ซึ่งเมื่อนำคำตอบที่ได้รับไปดำเนินการผลิตในฟาร์ม ในช่วงการผลิตนั้นราคาผลผลิตอาจเปลี่ยนไปจากเดิม หรือค่าสัมประสิทธิ์อื่น ๆ ในสมการที่ใช้วิเคราะห์ อาจจะเปลี่ยนไปจากเดิม ผลการดำเนินงานฟาร์มจึงอาจแตกต่างไปจาผลการวิเคราะห์ได้

5. ผู้ดำเนินงานฟาร์มควรกำหนดกิจการที่จะทำไว้จำกัดจำนวนหนึ่ง เพื่อให้การวิเคราะห์มีข้อยุติได้ เช่น เลือกกิจการที่จะทำเพียง 3-5 ชนิด อาจจะปลูกข้าว ข้าวโพด และอ้อย แล้วจึงวิเคราะห์ว่า การใช้ปัจจัยการผลิตที่มีอยู่ไปผลิตอะไรบ้าง อย่างละเท่าไร จึงจะได้กำไรสูงสุด ถ้าเลือกกิจการที่จะวิเคราะห์ไว้มากเกินไป จะเสียเวลาและยุ่งยากในการวิเคราะห์และกว่าจะได้ข้อยุติว่าแผนการผลิตไหนดีที่สุด จะเสียเวลามากเกินความจำเป็น

การสร้างองค์ประกอบต่าง ๆ เพื่อใช้ในการวิเคราะห์

องค์ประกอบที่จะต้องสร้างขึ้นเพื่อใช้ในการวิเคราะห์ทางลิเนียร์โปรแกรมมิ่ง มี 3 ชนิด ซึ่งมีรูปแบบและวิธีการสร้างดังนี้

1. **ฟังก์ชั่นเป้าหมาย** (Objective Function) เป็นฟังก์ชั่นที่แสดงว่าผู้ผลิตมีเป้าหมายอย่างไรในการผลิต ซึ่งโดยปกติจะมีเป้าหมายอยู่สองชนิดใหญ่ ๆ คือ ให้เสียต้นทุนต่ำที่สุด หรือได้กำไรสูงที่สุด ในเบื้องต้นนี้จะกล่าวถึงเฉพาะเป้าหมายที่จะได้กำไรสูงสุด รูปฟังก์ชั่นเป้าหมายคือ

$$\text{Maximize } \pi = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \ldots + c_nx_n$$

กำหนดให้ $x_1, x_2, x_3, \ldots x_n$ = จำนวนผลผลิตของกิจการที่ทำแต่ละอย่างตามลำดับ เช่น x_1 หมายถึง ผลผลิตข้าว x_2 หมายถึง ผลผลิตข้าวโพด x_3 หมายถึง ผลผลิตข้าวฟ่าง $c_1, c_2, c_3, \ldots c_n$ = กำไรต่อหน่วยของผลผลิตแต่ละชนิดตามลำดับ

ถ้า x_1 หมายถึง ผลผลิตข้าว ดังนั้น c_1 ก็คือ กำไรจากกการผลิตข้าว 1 หน่วย
ถ้า x_2 หมายถึง ข้าวโพด ดังนั้น c_2 ก็คือ กำไรจากการผลิตข้าวโพด 1 หน่วย
ถ้า x_3 หมายถึง ข้าวฟ่าง ดังนั้น c_3 ก็คือ กำไรจากการผลิตข้าวฟ่าง 1 หน่วย

c_1x_1 = (กำไรจากการผลิตข้าว 1 หน่วย)(จำนวนผลผลิตข้าวทั้งหมด)
= กำไรจากการผลิตข้าวทั้งหมด

ทำนองเดียวกัน
c_2x_2 = กำไรจากการผลิตข้าวโพดทั้งหมด
c_3x_3 = กำไรจากการผลิตข้าวฟ่างทั้งหมด
$\ldots$ ....
c_nx_n = กำไรจากการผลิต x_n ทั้งหมด

ดังนั้น $c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \ldots + c_nx_n$ = กำไรจากการผลิตข้าวทั้งหมด + กำไรจากการผลิตข้าวโพดทั้งหมด + กำไรจากการผลิตข้าวฟ่างทั้งหมด + ... + กำไรจากการผลิต x_n ทั้งหมด

= กำไรทั้งหมดที่ได้รับจากการทำกิจการทุกชนิดในฟาร์ม ซึ่งกำหนดให้เท่ากับ π

ดังนั้น เป้าหมายที่จะทำให้กำไรจากการทำฟาร์มสูงที่สุดจึงเขียนได้คือ

$$\text{Maximize } \pi = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \ldots + c_nx_n$$

2. **กลุ่มจำกัดขอบเขต** (Constraint Set) เป็นการแสดงถึงการจำกัดขอบเขตของการใช้ปัจจัยการผลิตต่าง ๆ ว่าจะใช้เกินจำนวนที่มีอยู่ไม่ได้

รูปสมการคือ

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ldots + a_{1n}x_n \leq r_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \ldots + a_{2n}x_n \leq r_2$$

$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \ldots + a_{3n}x_n \leq r_3$$

$$\begin{array}{ccccc} . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \end{array}$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \ldots + a_{mn}x_n \leq r_m$$

กำหนดให้ $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ มีความหมายเช่นเดียวกับฟังก์ชั่นเป้าหมาย

$r_1, r_2, r_3, \ldots, r_m$ = จำนวนปัจจัยการผลิตต่าง ๆ ที่มีอยู่จำกัด

เช่น r_1 เป็นจำนวนที่ดินที่มีจำกัด, r_2 เป็นจำนวนแรงงานที่ใช้ในเดือนสิงหาคม, r_3 เป็นจำนวนแรงงานที่ใช้ในเดือนตุลาคม

$a_{11}, a_{12}, a_{13}, \ldots, a_{1n}$ = จำนวนปัจจัยการผลิต (r_1) ที่ใช้ในการผลิตผลผลิตแต่ละชนิด 1 หน่วย

$a_{21}, a_{22}, a_{23}, \ldots, a_{2n}$ = จำนวนปัจจัยการผลิต (r_2) ที่ใช้ในการผลิตผลผลิตแต่ละชนิด 1 หน่วย

$a_{31}, a_{32}, a_{33}, \ldots, a_{3n}$ = จำนวนปัจจัยการผลิต (r_3) ที่ใช้ในการผลิตผลผลิตแต่ละชนิด 1 หน่วย

$$\begin{array}{cccc} . & . & . & . \\ . & . & . & . \end{array}$$

$a_{m1}, a_{m2}, a_{m3}, \ldots a_{mn}$ = จำนวนปัจจัยการผลิต (r_m) ที่ใช้ในการผลิตผลผลิตแต่ละชนิด 1 หน่วย

จากกลุ่มจำกัดขอบเขตที่ 1 $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ldots + a_{1n}x_n \leq r_1$ ถ้า x_1, x_2, x_3 คือ จำนวนผลผลิตข้าว, ข้าวโพด, ข้าวฟ่าง ตามลำดับ และ r_1 เป็นที่ดิน ดังนั้น

a_{11} คือ จำนวนที่ดินที่ใช้ในการผลิตข้าว 1 หน่วย

a_{12} คือ จำนวนที่ดินที่ใช้ในการผลิตข้าวโพด 1 หน่วย

a_{13} คือ จำนวนที่ดินที่ใช้ในการผลิตข้าวฟ่าง 1 หน่วย

a_{1n} คือ จำนวนที่ดินที่ใช้ในการผลิต x_n 1 หน่วย

ทำนองเดียวกันจากกลุ่มจำกัดขอบเขตที่ 2 $a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \ldots + a_{2n}x_n \leq r_2$ ถ้า r_2 เป็นจำนวนแรงงานที่ใช้ในเดือนสิงหาคม

a_{21} คือ จำนวนแรงงานในเดือนสิงหาคมที่ใช้ผลิตข้าว 1 หน่วย

a_{22} คือ จำนวนแรงงานในเดือนสิงหาคมที่ใช้ผลิตข้าวโพด 1 หน่วย

a_{23} คือ จำนวนแรงงานในเดือนสิงหาคมที่ใช้ผลิตข้าวฟ่าง 1 หน่วย

a_{2n} คือ จำนวนแรงงานในเดือนสิงหาคมที่ใช้ผลิต x_n 1 หน่วย

ในกลุ่มจำกัดขอบเขตอื่น ๆ ก็พิจารณาได้เช่นเดียวกันดังนั้น

$a_{11}x_1$ = (จำนวนที่ดินที่ใช้ในการผลิตข้าว 1 หน่วย)(ผลผลิตข้าว)

= จำนวนที่ดินที่ใช้ในการผลิตข้าวทั้งหมด

และ $a_{12}x_2$ = จำนวนที่ดินที่ใช้ในการผลิตข้าวโพดทั้งหมด

$a_{31}x_3$ = จำนวนที่ดินที่ใช้ในการผลิตข้าวฟ่างทั้งหมด

$a_{1n}x_n$ = จำนวนที่ดินที่ใช้ในการผลิต x_n ทั้งหมด

$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ldots + a_{1n}x_n$ = จำนวนที่ดินทั้งหมดที่ใช้ในการผลิตผลผลิตทุกชนิดในฟาร์ม

ซึ่งจำนวนที่ดินทั้งหมดที่ใช้ในการผลิตผลผลิตทุกชนิดในฟาร์ม จะต้องเท่ากับหรือน้อยกว่าจำนวนที่ดินที่มีอยู่ (r_1) ดังนั้นจึงเขียนกลุ่มจำกัดขอบเขต เกี่ยวกับที่ดินได้ว่า

$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ldots + a_{1n}x_n \leq r_1$ ทำนองเดียวกัน

$a_{21}x_1$ = (จำนวนแรงงานในเดือนสิงหาคมที่ใช้ผลิตข้าว 1 หน่วย)(ผลผลิตข้าว)

= จำนวนแรงงานในเดือนสิงหาคมที่ใช้ในการผลิตข้าวทั้งหมด

$a_{22}x_2$ คือ จำนวนแรงงานในเดือนสิงหาคมที่ใช้ในการผลิตข้าวโพดทั้งหมด

$a_{23}x_3$ คือ จำนวนแรงงานในเดือนสิงหาคมที่ใช้ในการผลิตข้าวฟ่างทั้งหมด

$a_{2n}x_n$ คือ จำนวนแรงงานในเดือนสิงหาคมที่ใช้ในการผลิต x_n ทั้งหมด

$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \ldots + a_{2n}x_n =$ จำนวนแรงงานในเดือนสิงหาคม ทั้งหมดที่ใช้ในการผลิตผลผลิตทุกชนิดในฟาร์ม ซึ่งจะต้องเท่ากับหรือน้อยกว่าจำนวนแรงงานในเดือนสิงหาคมทั้งหมดที่มีอยู่ (r_2) กลุ่มจำกัดขอบเขตเกี่ยวกับแรงงานในเดือนสิงหาคม จึงเขียนได้ว่า

$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \ldots + a_{2n}x_n \leq r_2$ กลุ่มจำกัดขอบเขตของปัจจัยการผลิตอื่น ๆ พิจารณาได้ทำนองเดียวกัน

ตัวอย่าง การสร้างกลุ่มจำกัดขอบเขต (Constraint Set) ถ้าฟาร์มแห่งหนึ่งมีปัจจัยการผลิตจำกัดอยู่สองชนิด คือ มีที่ดินอยู่ 30 ไร่ และมีแรงงานอยู่ 2,000 ชั่วโมง ทำการผลิตผลผลิต 2 ชนิด คือ ข้าวและข้าวโพด ถ้าฟาร์มแห่งนี้ผลิตข้าวได้ไร่ละ 50 ถัง และผลิตข้าวโพดได้ไร่ละ 30 ถัง ซึ่งในการนี้ต้องใช้แรงงาน 160 ชั่วโมง และ 120 ชั่วโมง ในการผลิตข้าวและข้าวโพดต่อไร่ตามลำดับ การสร้างกลุ่มจำกัดขอบเขต กระทำได้ดังนี้

กำหนดให้ x_1 = ผลผลิตข้าว

x_2 = ผลผลิตข้าวโพด

r_1 = จำนวนที่ดิน

r_2 = จำนวนแรงงาน

เมื่อปัจจัยการผลิตจำกัด 2 ชนิดจึงมีกลุ่มจำกัดขอบเขต 2 อย่าง ซึ่งมีรูปแบบทั่วไปดังนี้

$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq r_1$ ที่ดิน

$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq r_2$ แรงงาน

ตามกลุ่มจำกัดขอบเขตทั้งสองนี้

a_{11} คือ จำนวนที่ดินที่ใช้ในการผลิตข้าว 1 ถัง

a_{12} คือ จำนวนที่ดินที่ใช้ในการผลิตข้าวโพด 1 ถัง

a_{21} คือ จำนวนแรงงานในเดือนสิงหาคมที่ใช้ผลิตข้าว 1 พัง

a_{22} คือ จำนวนแรงงานในเดือนสิงหาคมที่ใช้ผลิตข้าวโพด 1 ถัง

จากโจทย์ จึงคำนวณ a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22} ได้มีค่าเท่ากับ 0.02 ไร่ 0.03 ไร่ 3.2 ชั่วโมง และ 4 ชั่วโมง ตามลำดับ ดังนั้นกลุ่มจำกัดขอบเขตหลังจากแทนค่าต่าง ๆ แล้วคือ

$0.02\,x_1 + 0.03\,x_2 \leq 30$ ที่ดิน

$3.2\,x_1 + 4\,x_2 \leq 2{,}000$ แรงงาน

3. **ตัวแปรไม่เป็นค่าลบ** (Non-negativity Restrictions) หมายถึง การกำหนดว่าค่าตัวแปรต่าง ๆ (x_1, x_2, x_3, $\ldots$, x_n) ที่คำนวณได้จะต้องไม่ค่าเป็นลบ จากตัวอย่างในข้อ 2 เมื่อคำนวณค่า x_1 และ x_2 ออกมาแล้ว ค่า x_1 และ x_2 จะต้องไม่มีค่าเป็นลบ คือ จำนวนผลผลิตข้าวและจำนวนผลผลิตข้าวโพดจะต้องไม่มีค่าเป็นลบนั่นเอง รูปแบบทั่วไปของตัวแปรที่ไม่เป็นลบคือ $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n \geq 0$ สำหรับตัวแปรที่ไม่เป็นลบนี้ แม้จะไม่ใช้ในการคำนวณโดยตรงแต่เมื่อมีการแก้ปัญหาลิเนียร์โปรแกรมมิ่งโดยคอมพิวเตอร์ จะเป็นข้อมูลเพื่อกำหนดให้คอมพิวเตอร์ให้คำตอบภายในขอบเขตที่กำหนด ดังนั้นจำเป็นที่จะต้องแสดงตัวแปรไม่เป็นลบให้ปรากฏ ๆในหุ่นจำลอง (Model) ของลิเนียร์โปรแกรมมิ่งเสมอ

หุ่นจำลอง (Model) ของลิเนียร์โปรแกรมมิ่ง

จากองค์ประกอบทั้ง 3 ชนิด ในหัวข้อที่แล้ว ซึ่งเป็นองค์ประกอบของลิเนียร์โปรแกรมมิ่ง จึงสรุปได้ว่า ถ้าฟาร์มทำการผลิตผลผลิต n ชนิด (n Variables) โดยมีปัจจัยการผลิตจำกัดอยู่ m อย่าง (m Constraints) หุ่นจำลองทั่วไปของลิเนียร์โปรแกรมมิ่ง คือ

$$
\begin{array}{ll}
\text{Maximize } \pi = & c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \ldots + c_nx_n \\
\text{Subject to} & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ldots + a_{1n}x_n \leq r_1 \\
& a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \ldots + a_{2n}x_n \leq r_2 \\
& a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \ldots + a_{3n}x_n \leq r_3 \\
& .\quad .\quad .\quad .\quad . \\
& .\quad .\quad .\quad .\quad . \\
& .\quad .\quad .\quad .\quad . \\
& a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \ldots + a_{mn}x_n \leq r_m
\end{array}
$$

And $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n \geq 0$

หรือเขียนโดยสรุปด้วยการใช้สัญลักษณ์ ได้คือ

$$\text{Maximize } \pi = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$\text{Subject to} \quad \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq r_i \qquad (i = 1, 2, 3, \ldots, m)$$

$$\text{And} \quad x_j \geq 0 \qquad (j = 1, 2, 3, \ldots, n)$$

ถ้าฟาร์มทำการผลิตผลผลิต 2 ชนิด โดยมีปัจจัยการผลิตจำกัด 3 ชนิด หุ่นจำลองทั่วไปคือ

$$\text{Maximize } \pi = c_1x_1 + c_2x_2$$

$$\text{Subject to} \quad a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq r_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq r_2$$

$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 \leq r_3$$

$$\text{And} \quad x_1, x_2 \geq 0$$

หรือ

$$\text{Maximize } \pi = \sum_{j=1}^{2} c_j x_j$$

$$\text{Subject to} \quad \sum_{j=1}^{2} a_{ij} x_j \leq r_i \qquad (i = 1, 2, 3)$$

$$\text{And} \quad x_j \geq 0 \qquad (j = 1, 2)$$

ถ้าฟาร์มทำการผลิตผลผลิต 3 ชนิด โดยมีปัจจัยการผลิตจำกัด 3 ชนิด หุ่นจำลองทั่วไปคือ

$$\text{Maximize } \pi = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3$$

$$\text{Subject to } \quad a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 \leq r_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 \leq r_2$$

$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 \leq r_3$$

$$\text{And } \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

หรือ

$$\text{Maximize } \pi = \sum_{j=1}^{3} c_jx_j$$

$$\text{Subject to } \quad \sum_{j=1}^{3} a_{ij}x_j \leq r_i \qquad (i = 1, 2, 3)$$

$$\text{And } \quad x_j \geq 0 \qquad (j = 1, 2, 3)$$

จะสังเกตเห็นว่า ฟังก์ชั่นเป้าหมายมีฟังก์ชั่นเดียวเสมอ ส่วนกลุ่มจำกัดขอบเขต จะมีจำนวนกลุ่มจำกัดขอบเขตเท่ากับจำนวนชนิดของปัจจัยการผลิตที่จำกัดขึ้น

การแก้ปัญหาของลิเนียร์โปรแกรมมิ่ง

เมื่อสามารถสร้างหุ่นจำลองของได้สมบูรณ์แล้ว ปัญหาต่อไปคือ จะต้องหาค่าตัวแปรต่าง ๆ (x_j) ในหุ่นจำลองออกมาให้ได้ ซึ่งตัวแปรต่างๆ เหล่านี้จะแสดงว่า ฟาร์มนั้นๆ ควรจะทำการผลิตอะไรบ้าง จำนวนเท่าใด และจะจัดสรรปัจจัยการผลิตอันจำกัดนั้นอย่างไร จึงจะบรรลุเป้าหมาย คือ กำไรสูงสุดที่วางไว้ การแก้ปัญหามี 2 วิธี คือ วิธีกราฟ (Graphic Method) และวิธีซับซ้อน (Simplex Method)

1. วิธีกราฟ

วิธีกราฟ (Graph)เป็นวิธีที่เหมาะสมเฉพาะกับฟาร์มที่จะทำการผลิตผลผลิตเพียง 2 ชนิด และปัจจัยการผลิตไม่ควรเกิน 3 ชนิดเท่านั้น ทั้งนี้เพราะการสร้างกราฟหลาย ๆ มิติเป็นสิ่งที่ยุ่งยาก ไม่เหมาะสม ในเมื่อสามารถแก้ปัญหาด้วยวิธีอื่นได้อีก เพื่อให้เข้าใจได้ง่าย จึงใช้ตัวอย่างที่สมมติขึ้นประกอบคำอธิบาย

ตัวอย่าง ฟาร์มแห่งหนึ่งมีที่ดิน 27 ไร่ มีแรงงานเดือนสิงหาคม 240 ชั่วโมง มีแรงงานเดือนตุลาคม 210 ชั่วโมง ผู้จัดการฟาร์มต้องการใช้ปัจจัยการผลิตเหล่านี้ไปทำการผลิตข้าวและข้าวโพด โดยคาดว่าจะได้กำไรจากข้าวตันละ 300 บาท และจากข้าวโพดตันละ 500 บาท ในการผลิตข้าว 1 ตันต้องใช้ที่ดิน 3 ไร่ แรงงานในเดือนสิงหาคม 10 ชั่วโมง แรงงานในเดือนตุลาคม 26.25 ชั่วโมง และในการผลิตข้าวโพด 1 ตัน ต้องใช้ที่ดิน 3 ไร่ แรงงานในเดือนสิงหาคม 40 ชั่วโมง แรงงานในเดือนตุลาคม 10 ชั่วโมง จากรายละเอียดนี้ให้สร้างหุ่นจำลองที่สมบูรณ์และหาจำนวนการผลิตข้าวและข้าวโพดที่จะทำให้ได้กำไรสูงสุด ตามตัวอย่างนี้จะทำการผลิตผลผลิต 2 ชนิด โดยพิจารณาปัจจัยการผลิต 3 ชนิด ดังนั้น หุ่นจำลองโดยทั่วไปในกรณีนี้คือ

Maximize $\pi = c_1x_1 + c_2x_2$

Subject to $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq r_1$

$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq r_2$

$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 \leq r_3$

And $x_1, x_2 \geq 0$

ถ้า x_1 = จำนวนผลผลิตข้าว

x_2 = จำนวนผลผลิตข้าวโพด

r_1 = จำนวนที่ดิน

r_2 = จำนวนแรงงานในเดือนสิงหาคม

r_3 = จำนวนแรงงานในเดือนตุลาคม

แทนค่าตัวเลขต่าง ๆ ตามโจทย์ตัวอย่างในหุ่นจำลองทั่วไปจะได้หุ่นจำลองตามโจทย์คือ

Maximize $\pi = 300\,x_1 + 500\,x_2$

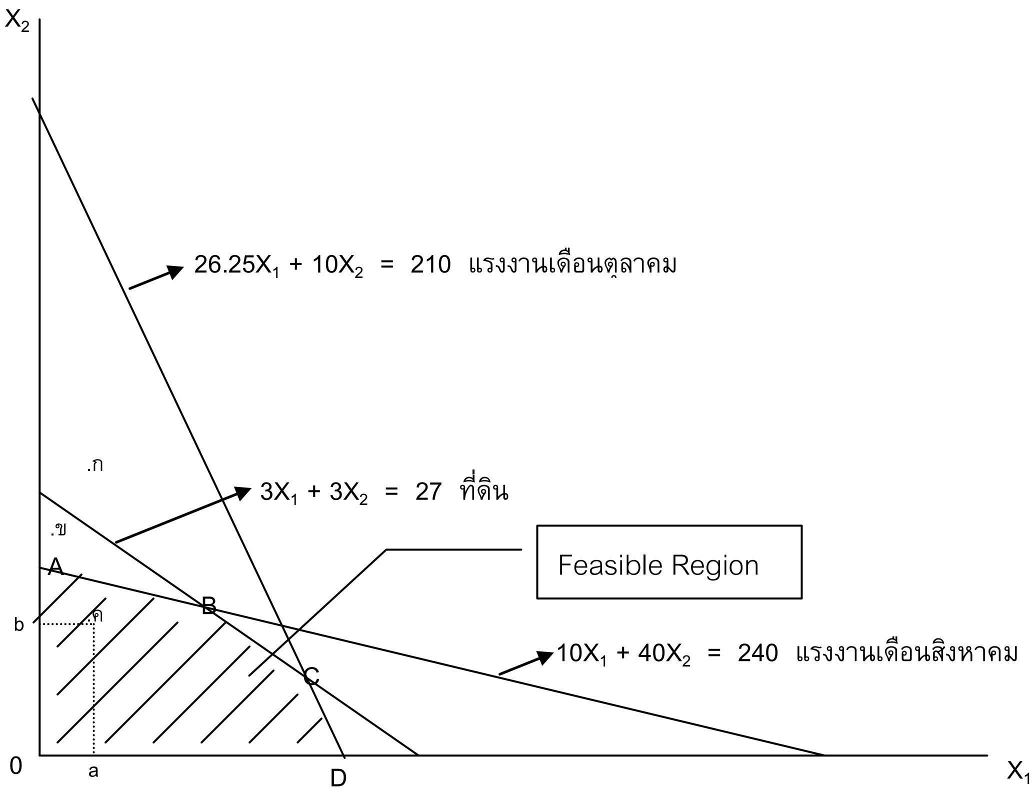
Subject to $3x_1 + 3x_2 \leq 27$ ที่ดิน

$10x_1 + 40x_2 \leq 240$ แรงงานเดือนสิงหาคม

$26.25x_1 + 10x_2 \leq 210$ แรงงานเดือนตุลาคม

And $x_1, x_2 \geq 0$

จากกลุ่มจำกัดขอบเขตทั้ง 3 ชนิดนี้ เพื่อจะหาพื้นที่ซึ่งสามารถผลิตข้าวและข้าวโพดได้โดยอยู่ในขอบเขตของปัจจัยการผลิตทั้ง 3 ที่มีอยู่ จึงต้องเปลี่ยนเครื่องหมาย $\leq$ ให้เป็น = ทั้งหมด แล้วนำมาเขียนกราฟซึ่งจะได้เส้นตรง 3 เส้น ดังรูปที่ 18



รูปภาพที่ 18 พื้นที่ที่เป็นไปได้ (Feasible Region) ของปัจจัยการผลิตที่จำกัด 3 ชนิด

ที่มา: (ดัดแปลงจาก ไพฑูรย์ คัชมาตย์, 2539, หน้า 134)

ตามรูปที่ 18 พื้นที่นอกเหนือจากพื้นที่ที่เป็นไปได้ (Feasible Region) ไม่สามารถทำการผลิตได้เพราะปัจจัยการผลิตไม่พอ เช่น ที่จุด ก. อยู่ใต้เส้นแรงงานเดือนตุลาคม แต่สูงกว่าเส้นที่ดินและเส้นแรงงานเดือนสิงหาคม แสดงว่า การผลิตที่จุด ก แม้จะมีแรงงานเดือนตุลาคมเพียงพอจะทำการผลิต แต่ก็มีที่ดินและแรงงานเดือนสิงหาคมไม่พอ หรือที่จุด ข. ก็แสดงว่า แม้ผู้ผลิตจะมีที่ดินและแรงงานเดือนตุลาคมเพียงพอ แต่แรงงานเดือนสิงหาคมไม่พอ จึงทำการผลิตไม่ได้เช่นกัน พื้นที่ภายใต้แรเงา แสดงขอบเขตที่จะทำการผลิตได้โดยมีปัจจัยการผลิตพอเพียง เช่น ที่จุด ค. มีปัจจัยการผลิตทั้ง 3 ชนิดเพียงพอที่จะทำการผลิต x_1 จำนวน oa หน่วย และผลิต x_2 จำนวน ob หน่วย แต่ปัจจัยการผลิตทั้ง 3 ชนิดยังมีเหลือที่จะทำการผลิตต่อไปได้อีก ผู้ผลิตจึงควร

ผลิตให้มากขึ้นอีกเพื่อบรรลุวัตถุประสงค์กำไรสูงสุด ดังนั้น จึงเหลือจุดที่จะพิจารณาเพียง 4 จุด คือ A, B, C และ D

การผลิตที่จุด A ทำให้แรงงานเดือนสิงหาคมหมดพอดีแต่ที่ดินและแรงงานเดือนตุลาคมเหลือ

การผลิตที่จุด B ทำให้แรงงานเดือนสิงหาคมและที่ดินหมด แต่แรงงานเดือนตุลาคมเหลือ

การผลิตที่จุด C ทำให้ที่ดินและแรงงานเดือนตุลาคมหมด แต่แรงงานเดือนสิงหาคมเหลือ

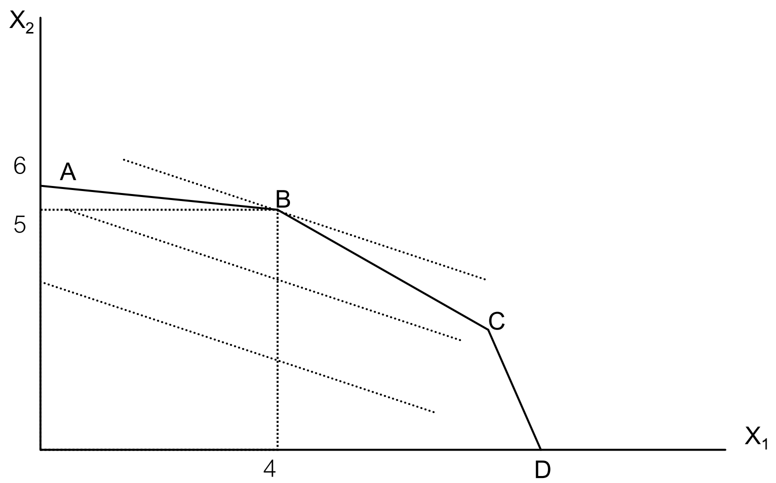
การผลิตที่จุด D ทำให้แรงงานเดือนตุลาคมหมด แต่ที่ดินและแรงงานเดือนสิงหาคมเหลือ

จึงต้องพิจารณาว่า ใน 4 จุดนี้จุดใดจะทำให้กำไรสูงสุด

การพิจารณาวิธีที่ 1 จากฟังก์ชั่นเป้าหมาย Maximize $\pi = 300x_1 + 500x_2$

หรือ $$x_2 = \frac{\tau}{500} - \frac{3}{5}x_1$$

สมการนี้ จึงเป็นสมการเส้นตรงที่มีความชัน เท่ากับ $-\frac{3}{5}$ ดังแสดงโดยเส้นจุดไข่ปลา ในรูปที่ 19



รูปภาพที่ 19 การแก้ปัญหาลิเนียร์โปรแกรมมิ่งด้วยกราฟ

ที่มา: (เบญจมาส ลักษณิยานนท์, 2547, หน้า 28)

ทุกๆ จุดบนเส้นไข่ปลาแต่ละเส้นแสดงจำนวนการผลิต x_1 และ x_2 ที่จะได้กำไรเท่ากัน จึงเรียกว่าเส้นผลกำไรเท่ากัน (Iso-profit) เส้นนี้ที่ระดับเหนือขึ้นไปแสดงระดับกำไรที่สูงกว่าเส้นล่าง (ทำนองเดียวกับเส้นผลผลิตเท่ากัน (Iso-quant) ในบทที่ 4) ตามวัตถุประสงค์ที่ต้องการกำไรสูงสุด ดังนั้นจึงต้องเลือกใช้เส้นผลกำไรเท่ากันที่อยู่ในระดับสูงที่สุด แต่ยังคงอยู่ในขอบเขตของพื้นที่ที่แรเงา (Feasible Area) เราจึงเลื่อนเส้นผลกำไรเท่ากันที่มีความชันเป็น $-\frac{3}{5}$ ขึ้นไปจนกระทั่งถึงจุดปลายสุดของพื้นที่ที่แรเงา ในที่นี้ที่จุด B จะเป็นจุดแสดงจำนวนการผลิต x_1 และ x_2 ที่จะได้กำไรสูงสุด ที่จุด B อ่านค่าจำนวนการผลิต x_1 และ x_2 ได้เท่ากับ 4 ตันและ 5 ตัน ตามลำดับ แทนค่า x_1 และ x_2 ในฟังก์ชั่นเป้าหมาย จะทราบกำไรที่จะได้รับจากการผลิตคือ

$$\text{Maximize } \pi = 300(4) + 500(5)$$

$$= 3{,}700 \text{ บาท}$$

การพิจารณาวิธีที่ 2 เป็นการหากำไรของแต่ละจุด แล้วนำมาเปรียบเทียบกันว่าจุดไหนจะให้กำไรสูงสุด ถ้าเขียนกราฟได้ละเอียดเพียงพอก็อ่านค่า x_1 และ x_2 ที่จุด A, B, C และ D ได้เลย แล้วนำค่า x_1, x_2 ที่ได้ไปแทนในฟังก์ชั่นเป้าหมาย จะได้กำไรของแต่ละจุดการผลิตออกมา เมื่อเปรียบเทียบกันจะทราบจุดกำไรสูงสุดเช่นเดียวกัน ในกรณีที่กราฟไม่ละเอียดเพียงพอ จำเป็นต้องอาศัยการคำนวณจากสมการกลุ่มจำกัดขอบเขต ต่างๆ เข้าช่วย ดังนี้ (ดูรูปที่ 19 ประกอบคำอธิบาย)

ที่จุด A เมื่อ $x_1 = 0,\ x_2 = 6$

ดังนั้น $\text{Maximize } \pi = 300(0) + 500(6)$

$= 3{,}000$ บาท

ที่จุด B ค่า x_1 และ x_2 เกิดจากเส้นที่ดินตัดกับเส้นแรงงานเดือนสิงหาคม จึงใช้สมการาของทั้งสองเส้นนี้ คำนวณค่า x_1 และ x_2

$$3x_1 + 3x_2 = 27$$

$$10x_1 + 40x_2 = 240$$

จากสมการทั้งสองนี้ คำนวณค่า x_1 และ x_2 ได้เท่ากับ 4 และ 5

ดังนั้น $\text{Maximize } \pi = 300(4) + 500(5)$

$= 3{,}700$ บาท

ที่จุด C	สมการที่ต้องการใช้ในการคำนวณคือ			
	$3x_1 + 3x_2$	=	27	และ
	$26.25x_1 + 10x_2$	=	210	
จะได้ค่า	$x_1 = 7.385, \quad x_2$	=	1.615	
ดังนั้น	Maximize π	=	300 (7.385) + 500 (1.615)	
		=	3,023	
ที่จุด D	$x_1 = 8,\ x2 = 0$			
	Maximize π	=	300 (8) + 500 (0)	
		=	2,400	

จะพบว่า การผลิตที่จุด B ได้กำไรสูงสุดเช่นเดียวกับการพิจารณาวิธีแรก ดังนั้นคำตอบของเราคือ ผู้ผลิตควรทำการผลิตข้าว 4 ตันและผลิตข้าวโพด 5 ตัน จะได้กำไรสูงสุดเท่ากับ 3,700 บาท ดังได้พิจารณามาแต่แรกแล้วว่า การผลิตที่จุด B จะทำให้แรงงานเดือนสิงหาคมและที่ดินหมด แต่แรงงานเดือนตุลาคมเหลือ จะแสดงให้เห็นจริงได้ดังต่อไปนี้

จากโจทย์เราทราบว่า การผลิตข้าว 1 ตัน ต้องใช้แรงงานเดือนสิงหาคม 10 ชั่วโมง และที่ดิน 3 ไร่ เมื่อผลิตข้าว 4 ตัน จึงใช้แรงงานเดือนสิงหาคม = 4 x 10 = 40 ชั่วโมง และที่ดิน 4 x 3 = 12 ไร่ และการผลิตข้าวโพด 1 ตัน ต้องใช้แรงงานเดือนสิงหาคม 40 ชั่วโมง ที่ดิน 3 ไร่ เมื่อผลิตข้าวโพด 5 ตัน จึงใช้แรงงานเดือนสิงหาคม = 5 x 40 = 200 ชั่วโมง ที่ดิน 5 x 3 = 15 ไร่ รวมแล้วจึงพบว่า ในการผลิตข้าว 4 ตัน และข้าวโพด 5 ตัน จะต้องใช้แรงงานเดือนสิงหาคม 40 + 200 = 240 ชั่วโมง ที่ดิน 12 + 15 = 27 ไร่ ซึ่งเท่ากับจำนวนที่ฟาร์มมีพอดี

สำหรับแรงงานเดือนตุลาคมจะถูกใช้ไปในการผลิตดังกล่าวนี้ คือ

ข้าว 4 ตัน	ใช้แรงงานเดือนตุลาคม	= 4 x 26.25	= 105 ชั่วโมง
ข้าวโพด 5 ตัน	ใช้แรงงานเดือนสิงหาคม	= 5 x 10	= 50 ชั่วโมง
	รวม		= 155 ชั่วโมง
ในการผลิตที่จุด B นี้จึงมีแรงงานเดือนตุลาคมเหลือ			= 210 — 155
			= 55 ชั่วโมง

2. วิธีซับซ้อน

ใช้วิธีซับซ้อน (Simplex Method) เนื่องจากข้อจำกัดของวิธีกราฟที่ไม่สามารถแก้ปัญหาของลิเนียร์โปรแกรมมิ่ง ในกรณีที่ตัวแปร (x1) จำนวนมาก และมีปัจจัยการผลิตที่จำกัดหลาย ๆ ชนิด (r1) ดังกล่าวมาแล้วในตอนต้น วิธี Simplex Method งถูกนำมาใช้เพื่อแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อนยิ่งขึ้น ซึ่งจะอธิบายโดยใช้ตัวอย่างประกอบต่อไปนี้

สมมติว่า หุ่นจำลองของลิเนียร์โปรแกรมมิ่งคือ

$$\text{Maximize } \pi = 40x_1 + 30x_2$$

$$\begin{aligned} \text{Subject to} \quad x_1 &\leq 16 \\ x_2 &\leq 8 \\ x_1 + x_2 &\leq 24 \\ \text{And} \quad x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

จากกลุ่มจำกัดขอบเขตทั้ง 3 ชนิดนี้ ถ้าจะเปลี่ยนเครื่องหมาย $\leq$ ให้เป็นเครื่องหมาย = ทั้งหมด จะต้องบวกตัวเลขจำนวนหนึ่งเข้าไปในด้านซ้ายของสมการทั้งสาม ตัวเลขที่บวกเข้าไปนี้เรียกว่าตัวแปรลดหย่อน (Slack Variables) สมมติให้ค่านี้ ในสมการจำกัดขอบเขตที่ i คือ Si

ดังนั้น สมการจำกัดขอบเขตทั้งสองสมการเมื่อมีเครื่องหมาย = จึงเป็นดังนี้

$$x_1 + S_1 = 16 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$x_2 + S_2 = 8 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$$x_1 + 2x_2 + S_3 = 24 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

ถ้า (1) แสดงถึง ที่ดิน S_1 ก็คือ จำนวนที่ดินที่ไม่ได้ใช้ในการผลิต สำหรับ S_2 และ S_3 ก็พิจารณาทำนองเดียวกัน ตัวแปรลดหย่อน (Slack Variables) นี้จะไม่มีผลต่อกำไร แต่จะต้องใส่เข้าไปในสมาการเป้าหมายด้วย โดยให้สัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรลดหย่อน ในฟังก์ชั่นเป้าหมายเป็นศูนย์

ฟังก์ชั่นเป้าหมาย จึงเขียนใหม่ได้คือ

$$\text{Maximize } \pi = 40x_1 + 30x_2 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3$$

ตัวแปรที่ไม่เป็นลบ ก็จะเปลี่ยนไปเป็น $x_1, x_2, S_1, S_2, S_3 \geq 0$

เมื่อรวมสมการทั้งหมดที่เปลี่ยนแปลงแล้วเข้าด้วยกัน และจัดเรียงใหม่จะเป็นดังนี้

Maximize $\pi = 40x_1 + 30x_2 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3$

Subject to $x_1 + S_1 = 16$

$X_2 + S_2 = 8$

$x_1 + 2x_2 + S_3 = 24$

And $x_1, x_2, S_1, S_2, S_3 \geq 0$

หรือ $\pi - 40x_1 - 30x_2 - 0S_1 - 0S_2 - 0S_3 = 0$

$x_1 + S_1 = 16$

$x_2 + S_2 = 8$

$x_1 + 2x_2 + S_3 = 24$

การนำสัมประสิทธิ์ของตัวแปรและค่าคงที่ต่างๆ เขียนลงในตาราง I เพื่อคำนวณต่อไป ดังนั้นตารางที่ I จึงเป็นดังนี้

ตาราง I	π	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	**ค่าคงที่**
แถว 0	1	-40	-30	0	0	0	0
แถว 1	0	1	0	1	0	0	16
แถว 2	0	0	1	0	1	0	8
แถว 3	0	1	2	0	0	1	24

เมื่อตารางที่ I เรียบร้อยแล้ว พิจารณาเป็นขั้น ๆ ดังนี้

<u>ขั้นที่ 1</u> พิจารณาค่าตัวเลขใน แถว 0 ที่มีเครื่องหมายลบ แล้วเลือกค่าที่มากที่สุดเมื่อไม่คำนึงถึงเครื่องหมาย ในกรณีนี้มีค่าที่ต้องพิจารณา 2 ค่าคือ -40 กับ -30 เมื่อไม่คำนึงถึงเครื่องหมาย 40 จึงมากกว่า 30 ตัวเลข 40 นี้อยู่ในคอลัมน์ของ x_1 เรียกคอลัมน์ของ x_1 ว่า คอลัมน์หลัก (Pivot Column)

<u>ขั้นที่ 2</u> นำค่าตัวเลขต่างๆ ในคอลัมน์หลัก เฉพาะที่มีค่าเป็นบวกไปหารตัวเลขในคอลัมน์ค่าคงที่ของแต่ละแถว ตามตัวอย่างค่าตัวเลขในคอลัมน์หลักมีค่าเป็นบวกมีอยู่ 2 ค่าคือ 1 ใน แถว 1 กับ 1 ใน แถว 3

เอา 1 ใน แถว 1 ไปหาร 16 ในคอลัมน์หลักได้ $= \frac{16}{1}$

เอา 1 ใน แถว 3 ไปหาร 24 ในคอลัมน์หลักได้ $= \frac{24}{1}$

เปรียบเทียบผลหารที่ได้นี้ว่า ค่าไหนน้อยที่สุด ค่าที่น้อยที่สุดอยู่ในแถวไหน เรียกแถวนั้นว่าแถวหลัก (Pivot Row)

จากตัวอย่าง ค่าน้อยที่สุดของผลหารคือ $\mathrm{Min}\left(\frac{16}{1}, \frac{24}{1}\right) = 16$

ผลหารที่น้อยที่สุดนี้อยู่ในแถว 1 จึงเรียกแถว 1 ว่า แถวหลัก (Pivot Row)

<u>ขั้นที่ 3</u> เมื่อได้คอลัมน์หลักและแถวหลักแล้ว ตัวเลขที่จุดตัดกันของคอลัมน์หลักกับแถวหลัก เรียกว่า จุดหลัก (Pivot Element) และจากตารางที่ I จุดหลัก คือ 1 ซึ่งได้วงกลมล้อมรอบไว้

<u>ขั้นที่ 4</u> จะต้องทำให้ จุดหลักเป็น 1 และตัวเลขอื่น ๆ ในคอลัมน์หลักเป็นศูนย์หมด ตามตัวอย่าง จุดหลักเป็น 1 อยู่แล้วจึงไม่ต้องทำอะไรอีก แถว 1 ในตารางที่ I จึงย้ายมาเขียนเป็น แถว 1 ในตารางที่ I I ได้เลย แต่ถ้า จุดหลักเป็นค่าอื่น สมมติว่าเป็น k เราต้องเอา k หารตลอดทั้ง แถว 1 เสียก่อน ค่า จุดหลักจึงจะเป็น 1 แล้วจึงย้ายผลที่ได้มาเขียนเป็น แถว 1 ในตารางที่ I I งานต่อไป คือ ทำให้ตัวเลขอื่นๆ ใน คอลัมน์หลักเป็นศูนย์ให้หมด ใน แถว 2 ค่าตัวเลขใน คอลัมน์หลักเป็นศูนย์อยู่แล้ว จึงย้าย แถว 2 ในตารางที่ I ไปเขียนเป็น แถว 2 ในตารางที่ I I ได้เลย ใน แถว 0 จะต้องทำ -40 ให้เป็นศูนย์

วิธีทำคือ จะต้องเอา แถว ที่ต้องการทำเป็นตัวตั้ง แล้วถูกกระทำด้วย แถว ที่มี จุดหลักเสมอ นั่นคือ

แถว 0 +	1	-40	-30	0	0	0	0
แถว 1 x 40	0	40	0	40	0	0	640
	1	0	-30	40	0	0	640

ผลลัพธ์ที่ได้ย้ายไปเขียนลงใน Row 0 ของตารางที่ II

ใน แถว 3 ต้องทำ 1 ให้เป็นศูนย์

ซึ่งทำได้โดย แถว 3 — แถว 1 ผลลัพธ์ที่ได้ย้ายไปเขียนใน แถว 3 ของตารางที่ II ดังนั้น ตารางที่ II ที่สมบูรณ์จึงเป็นดังนี้

ตาราง II	π	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	**ค่าคงที่**
แถว 0	1	0	-30	40	0	0	640
แถว 1	0	1	0	1	0	0	16
แถว 2	0	0	1	0	1	0	8
แถว 3	0	0	2	-1	0	1	8

จากตารางที่ II เริ่มพิจารณาใหม่ทำนองเดียวกับการพิจารณาในตารางที่ I โดยเริ่มพิจารณาค่าตัวเลขใน แถว 0 ที่มีเครื่องหมายลบ ในตารางที่ II นี้เหลือค่าที่เป็นลบค่าเดียว คือ -30 ซึ่งอยู่ในคอลัมน์ของ x_2 ดังนั้นคอลัมน์ x_2 จึงเรียกว่าคอลัมน์หลัก

หาแถวหลักต่อไปทำนองเดียวกับที่กล่าวมาแล้ว คือ นำค่าตัวเลขต่าง ๆ ในคอลัมน์หลักเฉพาะที่มีค่าเป็นบวกไปหารตัวเลขในคอลัมน์ค่าคงที่ในแต่ละแถวแล้วเลือกค่าของผลหารที่น้อยที่สุด

$$\text{Min}\left(\frac{8}{1}, \frac{8}{2}\right) \quad = \quad \min\ (8,4) \quad = \quad 4$$

ผลหารที่มีค่าน้อยที่สุดอยู่ใน แถว 3 ดังนั้น แถว 3 จึงเป็น แถวหลัก ที่จุดตัดของ คอลัมน์หลักกับแถวหลักนี้ จะได้ จุดหลัก คือ 2 ซึ่งได้วงกลมล้อมรอบไว้ ต่อมาทำจุดหลักให้เป็น 1 โดยใช้ 2 หาร แถว 3 ตลอด นำผลหารที่ได้ย้ายไปเขียนใน แถว 3 ของตารางที่ III ทำตัวเลขอื่น ๆ ใน คอลัมน์หลักเป็นศูนย์ให้หมด แถว 1 เป็นศูนย์อยู่แล้วจึงย้ายไปเขียนลง แถว 1 ในตารางที่ III ได้เลยใน แถว 0 ต้องทำ -30 ให้เป็นศูนย์ ซึ่งทำได้โดย แถว 0 + แถว 3 x 15

แถว 0 +	1	0	-30	40	0	0	640
แถว 3 x 15	0	0	30	-15	0	15	120
	1	0	0	25	0	15	760

ผลลัพธ์นี้ นำไปเขียนลง แถว 0 ของตารางที่ 3

ใน แถว 2 ต้องทำ 1 ให้เป็นศูนย์ โดยใช้ แถว 2 — แถว 3 x $\frac{1}{2}$

แถว 2	0	0	1	0	1	0	8
แถว 3 x $\frac{1}{2}$	0	0	1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	4
	0	0	0	$\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	4

ผลลัพธ์เขียนลงใน แถว 2 ของตารางที่ III ดังนั้น ตารางที่ III จะเป็นดังนี้

ตาราง III	π	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	**ค่าคงที่**
แถว 0	1	0	0	25	0	15	760
แถว 1	0	1	0	1	0	0	16
แถว 2	0	0	0	$\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	4
แถว 3	0	0	1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	4

จากตารางที่ III เมื่อเริ่มต้นพิจารณาใหม่ จะเห็นว่าใน แถว 0 ไม่มีตัวเลขที่มีค่าเป็นลบเหลืออยู่อีก จึงไม่ต้องพิจารณาต่อไป การแก้ปัญหานี้จึงเสร็จสิ้นในตารางที่ 3 นี้ คำตอบที่ได้รับจากตารางที่ III ทราบได้โดยพิจารณาจากหน่วยบอกทิศทาง (Unit Vectors) จะได้

$$\pi = 760,\ x_1 = 16,\ x_2 = 4,\ S_2 = 4$$

สำหรับ S_1 และ S_3 ไม่เป็นหน่วยบอกทิศทาง (Unit Vectors) พิจารณาได้ว่า S_1 และ S_3 มีค่าเป็นศูนย์จึงกล่าวได้ว่า ผู้ผลิตควรจะทำการผลิต x_1 16 หน่วย, x_2 4 หน่วย จะได้กำไรสูงสุดเท่ากับ 760 โดยในการผลิตนี้จะใช้ปัจจัยการผลิตชนิดที่ 1 (S_1) และปัจจัยการผลิตชนิดที่ 3 (S_3) หมด แต่ยังเหลือปัจจัยการผลิตชนิดที่ 2 (S_2) อยู่ 4 หน่วย การอธิบายถึงวิธีการลิเนียร์โปรแกรมมิ่ง ในบทนี้ เพียงเพื่อเป็นพื้นฐานเบื้องต้นเพื่อให้เข้าใจถึงกระบวนการของโปรแกรมนี้เท่านั้น ในทางปฏิบัติตัวแปรต่าง ๆ ตลอดจนปัจจัยการผลิตที่จำกัดนั้นอาจมีจำนวนมาก จนทำให้หุ่นจำลองมีขนาดใหญ่ การแก้ปัญหาจึงต้องใช้คอมพิวเตอร์เข้าช่วย ซึ่งผู้ที่สนใจควรจะได้ศึกษาต่อไป อย่างไรก็ตาม การใช้โปรแกรมนี้ อาจไม่เหมาะกับเกษตรกร แต่เหมาะกับนักวิชาการเกษตร หรือนักวิจัยที่อาจทำการศึกษาตัวแปร และได้ผลสรุปทางงานวิจัยด้านการผลิตพืชและผลิตสัตว์ให้กับเกษตรกรได้ใช้ประโยชน์ต่อไป

สรุปสาระสำคัญของบทที่ 8

ปัจจัยการผลิตที่มีอยู่อย่างจำกัด จะถูกนำมาผ่านกระบวนการผลิตเพื่อให้ได้ผลผลิต ตามหลักเศรษฐศาสตร์ และตามหลักการตัดสินใจทางการจัดการที่มีประสิทธิภาพ เกษตรกรหรือผู้ผลิตต้องใช้ปัจจัยการผลิต โดยเลือกทำการผลิต ณ จุดที่ทำให้ได้กำไรสูงสุด ในการพิจารณาความสัมพันธ์ของปัจจัยการผลิตกับผลผลิต ในความสัมพันธ์นั้นมีสิ่งที่ต้องเข้าใจ 3 อย่าง คือ (1) ผลผลิตทั้งหมด (2) ผลผลิตเฉลี่ย และ (3) ผลผลิตเพิ่ม ซึ่งเราพิจารณาความสัมพันธ์ของผลผลิตทั้งหมด ผลผลิตเฉลี่ย และผลผลิตเพิ่ม ดังนี้ (1) ความสัมพันธ์ระหว่างผลผลิตทั้งหมดกับผลผลิตเพิ่ม และ (2) ความสัมพันธ์ระหว่างผลผลิตเพิ่มกับผลผลิตเฉลี่ย ลักษณะความสัมพันธ์จะเป็นไปตามกฎผลตอบแทนลดน้อยถอยลง และเราจะเลือกทำการผลิตในระยะที่สอง (ระยะสมเหตุสมผล) เลือกที่การผลิต ณ จุดที่ได้กำไรสูงสุด ซึ่งสิ่งที่ต้องทราบคือ (1) ราคาของปัจจัยการผลิต และ (2) ราคาของผลผลิตที่ขายได้ นอกจากนี้ยังใช้ลิเนียร์โปรแกรมมิ่งช่วยในการวางแผนการผลิตได้ด้วย สำหรับการเลือกทำการผลิต ณ จุดที่ทำให้ต้นทุนต่ำที่สุดจะกล่าวถึง ในบทที่ 9 ต่อไป

คำถามท้ายบท

1. จงอธิบายความสัมพันธ์ของปัจจัยการผลิต การผลิต และผลผลิต
2. ฟังชั่นการผลิตคืออะไร
3. เหตุใดเมื่อเราสนใจปัจจัยการผลิตตัวใดตัวหนึ่ง ทำไมต้องให้ปัจจัยการผลิตตัวอื่นๆ คงที่หมด
4. ในการทำการเกษตร เช่นปลูกพืช ความสัมพันธ์ของปัจจัยการผลิตกับผลผลิตมีกฎว่าอย่างไร
5. ผลผลิตทั้งหมดต่างกับผลผลิตเพิ่มอย่างไร
6. เหตุใดผลผลิตเพิ่มจึงมีค่าเป็นลบได้ ช่วงที่เป็นลบคือช่วงระยะใดของเส้นกราฟ
7. ระยะใดของกราฟที่เกษตรกรควรทำการผลิต และระยะใดที่ไม่ควรทำการผลิต
8. เราควรเลือกใช้ปัจจัยการผลิตที่ทำให้ได้ผลผลิตสูงสุดใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด
9. การจะทราบจุดที่ทำกำไรสูงสุดเราต้องทราบราคาของอะไรบ้าง
10. ลิเนียร์โปรแกรมมิ่งคืออะไร ใช้ทำอะไร